

基于格子-大涡理论的高频换向阀压力特性研究

吴万荣¹, 龙果锐¹, 郝前华^{1,2}

(1. 中南大学 机电工程学院,长沙 410083; 2. 湖南人文科技学院 能源与机电工程学院,湖南 娄底 417000)

摘要: 为揭示高频换向阀的阀口压力特性,降低压力损失,采用格子 Boltzmann 方法,并结合大涡理论模拟高雷诺数下的阀口流体流动。建立基于格子-大涡理论的高频换向阀格子模型,模拟阀不同尺寸参数下的阀口特性,得出进油腔体积和最大过流面积均对阀口压力有较大的影响,且对于一定的最大过流面积,开口度对阀口压力影响最大。结果表明格子 Boltzmann 方法具有准确、计算效率高等优点,可以应用于液压激振系统的分析研究。

关键词: 液压激振;格子 Boltzmann 方法(LBM);大涡理论(LES);高频换向阀;阀口特性

中图分类号: TH38;035 **文献标志码:** A **DOI:** 10.13465/j.cnki.jvs.2020.08.029

A study on the pressure characteristic curve of a high frequency reversing valve based on the lattice Boltzmann method combined with LES

WU Wanrong¹, LONG Guorui¹, HAO Qianhua^{1,2}

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;

2. School of Energy and Electromechanic Engineering, Hunan University of Humanities, Science and Technology, Loudi 417000, China)

Abstract: In order to study the pressure characteristic curve of a high frequency reversing valve and reduce pressure loss, the lattice Boltzmann method (LBM) combined with large Eddy simulation (LES) was used to simulate high-Re flow. A lattice evolution model based on LBM-LES was established for high frequency reversing valve. The valve port characteristics under different size parameters of valve were simulated. It can be concluded that the volume of oil inlet chamber and the maximum flow area have great influence on the pressure of the valve port. For a certain maximum flow area, the opening has the greatest impact on the pressure of the valve. The results show that the LBM has the advantages of accuracy and high computational efficiency and so on. Thus it can be applied to the analysis and research of complex hydraulic exciting systems.

Key words: hydraulic excitation; lattice Boltzmann method (LBM); large eddy simulation (LES); high-frequency reversing valve; valve port features

在液压激振系统中,高频换向阀是重要的控制元器件。在高频工况时,换向阀的通流能力降低,压力损失大且在阀芯切换时会产生压力冲击。以上问题不仅直接影响换向阀的可靠性,造成功率损失,对液压系统的工作性能、使用寿命、安全性和经济性等产生很大的影响。因此对高频换向阀阀口压力特性进行优化具有重要的实际意义。

对于液压阀的问题,通过实验来观测流体在阀体内实际流动是比较困难的,通常都是进行建模仿真,通

过改变各参数改善流场流动特性,从而对阀进行结构优化,提高阀的工作性能。Abdalla 等^[1]使用 fluent 分析认为能量损耗通常发生在阀口处,并对几何形状进行了优化;Chattopadhyay 等^[2]运用 fluent 分析了流体在阀口不同开口度以及压降下的内部流场情况;朱成实等^[3]利用 AMESim 构建电液换向阀的仿真模型,并研究了换向阀内部各结构参数对其动态特性的影响。

以往的仿真分析通常使用 fluent 和 AMESim 等软件,但是 fluent 物理模型比较缺乏,各仿真实例并不一定完全符合其物理模型;AMESim 则是更侧重于整个系统的仿真,并且受限于其元器件库的参数设定,对于阀体内的部分结构参数无法进行设定,自由度较低。近几年很多流体方面的研究者采用了新兴的格子-玻尔兹曼方法 (Lattice Boltzmann Method, LBM), LBM 自问世以来,已经被用于物理、医学、化学等领域并成功对

基金项目:国家自然科学基金(51774340);湖南省自然科学基金(2019JJ50284);湖南省教育厅科研项目(19B299);高性能复杂制造国家重点实验室项目(zzyjkt2015-03)

收稿日期:2018-11-03 修改稿收到日期:2018-12-18

第一作者 吴万荣 男,博士,教授,1965 年生

通信作者 龙果锐 男,硕士,1994 年生

水击波^[4]、液体相变^[5]、血液血管细胞流动^[6]、复杂流动^[7-8]等情形进行了仿真,应用广泛、准确性高。

本文将采用一种改进的格子-大涡理论算法用于高频换向滑阀的阀口压力特性研究,避免了传统 LBM 难以模拟高雷诺数下的湍流流动的问题;与传统的仿真方法相比计算效率高,使用简便,可随意划分网格、设定模型边界等参数。

1 滑阀模型

本文采用滑阀模型,如图 1 所示。

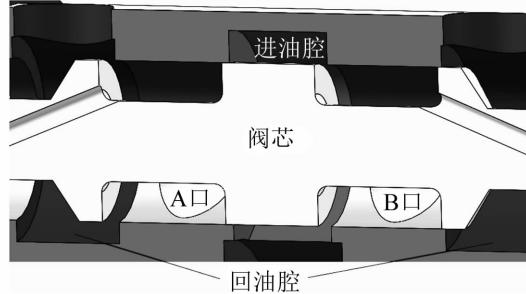


图 1 滑阀三维模型

Fig. 1 3D model of slide valve

滑阀工作时,阀芯左右切换,进油腔交替接通 A、B 口,使工作液压缸两个腔室交替升至高压,从而产生液压激振。阀芯的切换过程,开口度越来越小直至中位然后切换方向,这个过程中进油腔的高压油通过的缝隙变小,阻力变大,导致功率损失以及压力冲击。为改善此问题,即改善高频工况下进油腔的压力特性,本文尝试采用新兴的 LBM 进行仿真优化。

2 仿真理论基础

2.1 格子-大涡理论(LBM-LES)

格子玻尔兹曼方法是一种介于宏观与微观理论之间的介观方法,是一种新兴的计算流体力学数值模拟方法^[9]。它不考虑单个粒子的运动而是将粒子区分开来,把一部分粒子的运动作为一个整体,这个整体的运动特性由分布函数表示,即分布函数表示大量粒子的集体行为。分布函数的演化在宏观上反映了流体的运动规律,流场的密度、速度、压力等力学参数都可由分布函数的计算得到。

目前常用的 LBM 模型有:D1Q3, D2Q9, D3Q15, D3Q19 等(D 指维数,Q 指每个节点粒子可能运动方向数)。对于不同的 LBM 模型,主要区别在于其仿真维度和仿真精度,对于本文的物理模型,采用一维仿真精度太差,三维仿真计算量过大,程序复杂,精度提升有限,并且可认为模型的 360° 方向上的流场特性是近似相同的,对中轴面进行仿真即可,故采用在二维仿真问题中应用较广、精度较高的 D2Q9 模型,其格子速度模

型示意,如图 1 所示。

其演化过程主要包括两个步骤:①迁移,粒子从一个节点在一个时间步长内运动到相邻的节点;②碰撞,在节点上移动过来的粒子发生碰撞,根据质量、动量和能量守恒规则改变粒子速度然后又进行迁移。两个步骤循环。

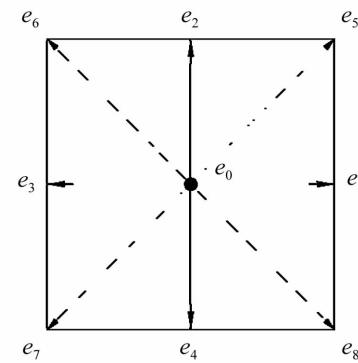


图 2 D2Q9 速度模型

Fig. 2 D2Q9 speed model

其中将 LBM 应用于不同问题中的关键因素是平衡分布函数 f^{eq} 。对于本文所选用的 D2Q9 模型,平衡分布函数为

$$f_k^{\text{eq}} = \rho w_k \left[1 + \frac{\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{3}{2}\mathbf{u}^2 \right], \\ k = 0, 1, 2, \dots, 8 \quad (1)$$

式中: \mathbf{u} 为速度矢量; ρ 为宏观密度; c_s 为格子声速, $c_s = c/\sqrt{3}$; \mathbf{e}_k 为沿着格子迁移方向的单位矢量,具体为

$$\mathbf{e}_k = \begin{cases} (0,0), k=0 \\ c \left(\cos \frac{k-1}{2}\pi, \sin \frac{k-1}{2}\pi \right), k=1,2,3,4 \\ \sqrt{2}c \left[\cos \left(\frac{k-5}{2}\pi + \frac{\pi}{4} \right), \sin \left(\frac{k-5}{2}\pi + \frac{\pi}{4} \right) \right], k=5,6,7,8 \end{cases}$$

式中: $c = \Delta x / \Delta t$ 为粒子迁移速率; $\Delta x, \Delta t$ 分别为网格尺寸和时间步长。

9 种速度的权重因子 w_k 分别为

$$w_k = \begin{cases} 4/9, k=0 \\ 1/9, k=1,2,3,4 \\ 1/36, k=5,6,7,8 \end{cases}$$

没有外力项时,碰撞过程的函数为

$$f_k(x, y, t + \Delta t) = f_k(x, y, t)[1 - \omega] + \omega f_k^{\text{eq}}(x, y, t) \quad (2)$$

迁移过程为

$$f_k(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t) = f_k(x, y, t + \Delta t) \quad (3)$$

对于本文的模型,格子黏度系数 v 与松弛因子 ω 的关系为

$$\omega = 1/(3v + 0.5) \quad (4)$$

宏观量的计算

$$\rho = \sum_i f_i, \rho u = \sum_i \mathbf{e}_i f_i \quad (5)$$

换向阀阀芯换向时, 阀口通流面积减小, 流速急剧增加, 转变为湍流, 甚至可能导致气穴现象^[10], 虽然LBM方法可以对湍流进行直接模拟, 但还仅仅局限于一些简单的流动, 对大多数问题还需要借助一些湍流模型。因为LBM方法中, 提高雷诺数($Re = UL/v$)只能增加速度 U 或者格子数 L 。但是在LBM方法中有一个限制是马赫数不能过高, 这意味着速度的提升是有限的; 增加格子数会增加运行时间, 这就不能体现出LBM方法运算速度快的优势。目前, 人们已经发展了多种将传统湍流模型引入LBM方法中的混合格子玻尔兹曼方法。

大涡模拟(Large Eddy Simulation, LES)的基本思想是直接数值模拟大尺度结构, 而小尺度结构通过建立亚网格模型来模拟, 其关键就是给出正确的亚网格模型, 本文采用最早提出且应用至今的Smagorinsky模型。该模型是由气象学家Smagorinsky在1963年提出的^[11]。

松弛时间 $\tau_t = 1/\omega$ 。加入Smagorinsky模型后格子玻尔兹曼方法的松弛时间的表达式变为

$$\tau_t = \frac{1}{2}(\tau_0 + \sqrt{\tau_0^2 \Delta t^2 + 2\Delta t C^2 \Delta^2 |\bar{Q}|}/(\rho c_s^4)) \quad (6)$$

式中: τ_0 为初始松弛时间; $\Delta t = 1$; Δ 为滤波宽度; c_s 为格子声速; 滤波非平衡动量流张量的模 $|\bar{Q}| = \sqrt{2 Q_{ij} \cdot Q_{ij}}$; C 为 Smagorinsky 常数, 其取值对计算的结果影响很大, Meyers 等^[12]提出了一个较优值 0.18, 对其进行了验证。

为此, D2Q9模型的碰撞函数式(2)变为

$$f_k(x, y, t + \Delta t) = f_k(x, y, t) \left[1 - \frac{1}{\tau_t} \right] + \frac{1}{\tau_t} f_k^{eq}(x, y, t) \quad (7)$$

2.2 阀芯边界的插值处理

换向阀阀芯的运动是连续的, 而网格的划分是离散的, 正常情况下每个节点的粒子单位时间内正好迁移到其他格点, 当阀芯壁面移动到两个格点中间时, 由于单位时间内节点粒子从开始运动到壁面反弹后运动的距离是固定的, 最终位置不一定在格点上, 所以需要对其进行插值。在阀芯运动过程中阀芯边界在网格中会有以下三种情形, 如图3所示。

用 q 来体现壁面在格子中的特征位置, 在壁面处使用反弹格式边界。移动的边界给流体的液动力 $F_a = 3w_k(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})$ 。当 $q = 1/2$ 时, 边界 r_j 处 α 方向的分布函数 $f_\alpha = f_\alpha$ 。对于 $q \neq 1/2$ 时的情况, 按照Lallemand等^[13]提出的改进形式进行插值。

当 $q < 1/2$ 时,

$$f_\alpha(r_j, t) = q(1+2q)f_\alpha(r_j + \mathbf{e}_\alpha \Delta x, t) + (1-4q^2)f_\alpha(r_j, t) - q(1-2q)f_\alpha(r_j - \mathbf{e}_\alpha \Delta x, t) + 3w_\alpha(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}) \quad (8)$$

当 $q > 1/2$ 时,

$$f_\alpha(r_j, t) = \frac{1}{q(1+2q)}f_\alpha(r_j + \mathbf{e}_\alpha \Delta x, t) + \frac{2q-1}{q}f_\alpha(r_j - \mathbf{e}_\alpha \Delta x, t) - \frac{2q-1}{2q+1}f_\alpha(r_j - 2\mathbf{e}_\alpha \Delta x, t) + \frac{3w_\alpha}{q(2q+1)}(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}) \quad (9)$$

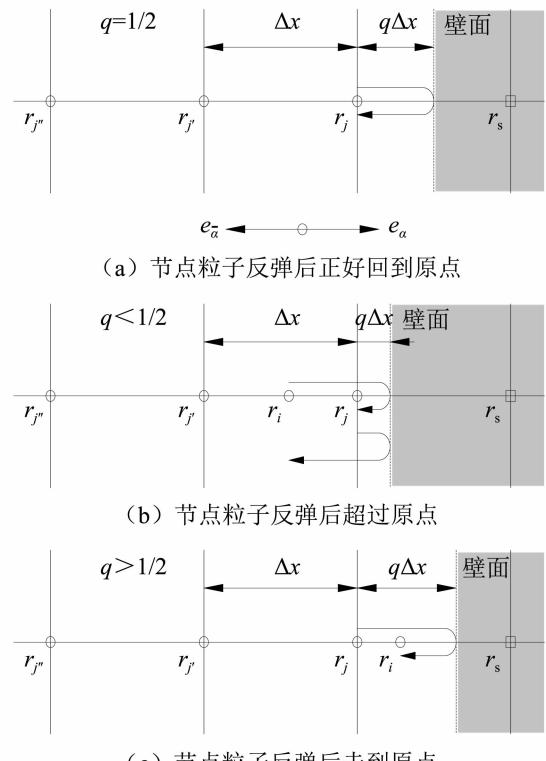


图3 移动边界示意图

Fig. 3 Moving boundary diagram

3 仿真模型

在此重点对滑阀的进油腔进行分析, 仿真中流量恒定 $Q = 80 \text{ L/min}$, 油液采用VG46液压油, 密度 $\rho = 850 \text{ kg/m}^3$, 运动黏度 $\nu = 50 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, 进油腔直径 $D = 100 \text{ mm}$, 宽度 $W = 40 \text{ mm}$, 阀芯直径 $d = 60 \text{ mm}$ 。假设流量由环面均匀流入, 可得环面上速度 $V = 0.106 \text{ m/s} \approx 0.1 \text{ m/s}$ 。LBM需要对各物理量进行无量纲化, 在此采用雷诺数相似准则, 需要匹配雷诺数和几何尺寸比。对于上面的问题, 人口处雷诺数 $Re = DV/\nu = 200$, 取格子速度 $v = 0.02$, 格子直径 $d = 100$, 格子黏度 $\nu_{lattice} = 0.01$, 格子密度 $\rho_l = 0.1$, 在LBM模型中, 格子压力 $P_l = c_s^2 \rho_l$, 阀芯最大开口量为4, 宽度为38, 负开口。

在以上假设前提下, 认为阀芯圆周方向的流动都是均匀的, 截取中轴面进行分析即可。此处阀芯的作用为控制液流的方向, 仅保留阀芯中间轴段, 在阀口处建立简化模型并划分网格。

简化模型的LBM100×100网格划分, 如图4所示。

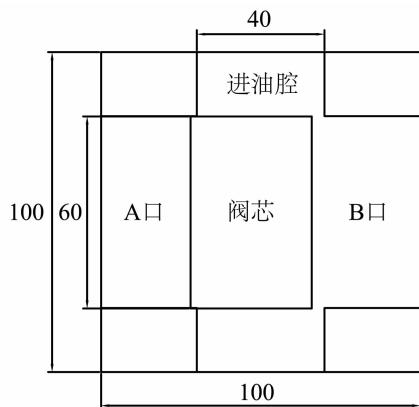


图4 LBM 网格划分示意图

Fig. 4 LBM meshing diagram

以此模型为基础,用 Matlab 编写了 LES-LBM 算法程序,并对模型进行了仿真,程序流程框图如图 5 所示。

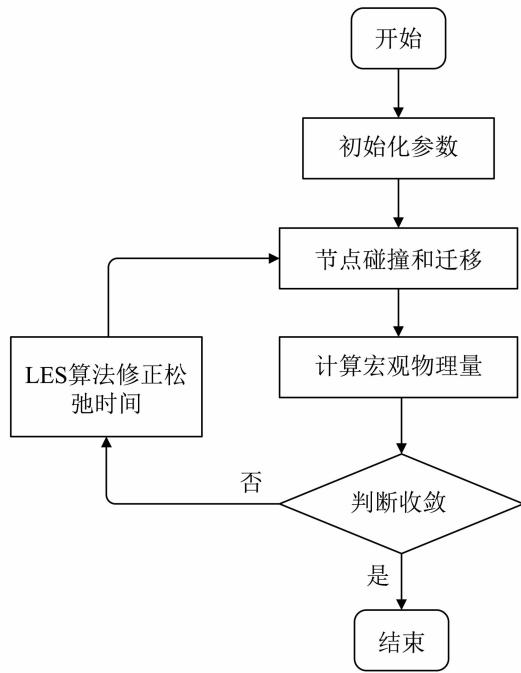


图5 程序流程框图

Fig. 5 Program flow chart

4 仿真结果分析

4.1 程序准确性验证

为了对 LBM 算法以及编程的正确性进行验证,对静态情况下的阀口进行仿真分析。对于静态全开的阀口,可以应用小孔缝隙流公式 $Q = C_d A_0 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$ 来计算前后压差 Δp ,式中, C_d 为截面收缩系数。

在 fluent 中建立同样尺寸的模型并进行仿真,二者均设置为入口恒定流量,出口恒定压力 10 000 Pa, 阀体边界均为反弹边界, 仿真得到人口压力曲线如图 6 所示。

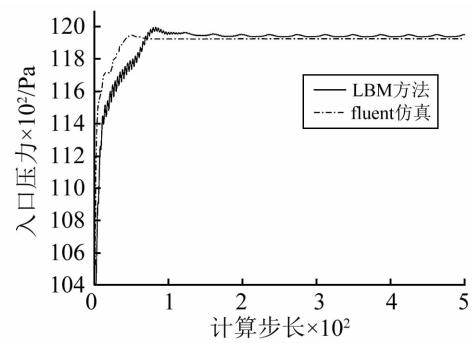


图6 LBM 方法与 fluent 仿真压力对比图

Fig. 6 Simulation pressure comparison diagram of LBM and fluent

稳定后二者的误差为 0.84%, 压力约为 11 900 Pa, 前后压差 $\Delta p = 1 900$ Pa, 用小孔缝隙流公式计算出此处流量系数 $C_d = 0.8$; 速度流线图对比如图 7 所示。

图 7(a) 为 LBM 方法流线图, 图 7(b) 为 fluent 仿真流线图, 相似度很高。以上分析可以认为 LBM 的结果具有一定的准确性, 可以用于进一步的仿真分析。

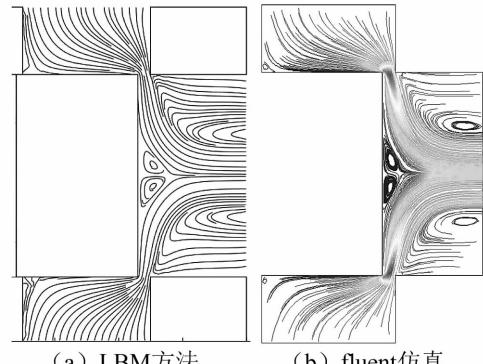


图7 LBM 方法与 fluent 仿真流场对比图

Fig. 7 Simulation flow field comparison diagram of LBM and fluent

在仿真时间上, LBM 方法用时 56 s, fluent 用时 118 s, LBM 运算效率提高了 50% 以上。如果需要修改阀体边界参数, LBM 方法只需调整程序中的数值, fluent 则每次都需要重新建模、划分网格, LBM 的便利易用性也有很大的优势。

以上验证了 LBM 的准确性, 下文将对阀体几个参数进行阀芯运动情况下的仿真分析, 以图 4 网格模型为基准参数, 换向频率为 50 Hz, 上下进油腔入口边界条件设定为恒定流量, A、B 出口边界条件设定为恒压边界, 阀体边界均为反弹边界, 压力数值为 LBM 计算得到的无量纲原始数据。

4.2 进油腔体积对阀口压力的影响

保持其他尺寸不变, 改变进油腔外径时阀口压力变化曲线, 如图 8 所示。

随着进油腔体积的增加, 阀口压力减小, 且减小速率随之减小, 同时峰值与谷值越来越接近, 即冲击减小。这是由于进油腔起到一个缓冲的作用, 在流量恒

定的情况下,如果缓冲体积太小,在每次阀芯换向时,油液困在进油腔导致压力突增。

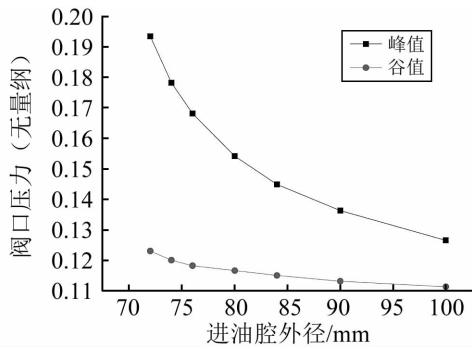


图 8 进油腔外径 - 阀口压力曲线

Fig. 8 Inlet cavity outside diameter-valve pressure curve

4.3 最大过流面积对阀口压力的影响

最大过流面积也是影响阀口压力的一个主要因素之一,其面积由阀芯直径和最大开口度决定,首先分别分析两个因素对阀口压力的影响。

改变阀芯直径时阀口压力变化趋势,如图 9 所示。

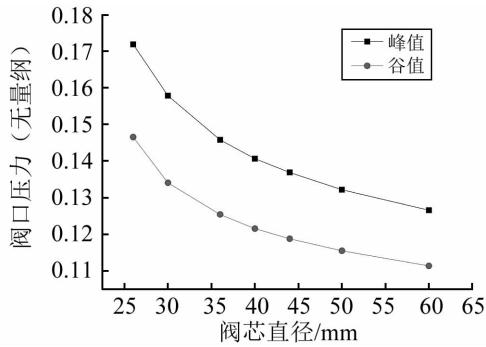


图 9 阀芯直径 - 阀口压力曲线

Fig. 9 Spool diameter-valve orifice pressure curve

由图 9 可知,阀芯直径增加,过流面积增加,阀口压力降低,且降低速率随之减小,但是峰值与谷值之差变化不大,可以认为对阀口压力波动影响不大。这是由于随着直径增加,在恒定流量条件下,阀芯内流体流速减小,负载压力小,所以阀口压力降低。

改变最大开口量时阀口压力变化趋势,如图 10 所示。

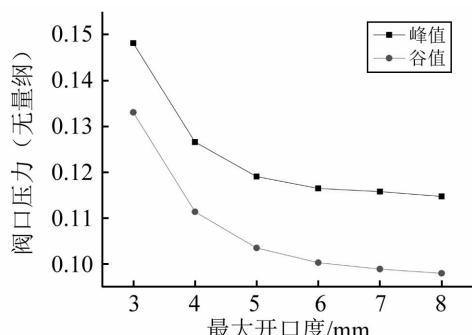


图 10 最大开口度 - 阀口压力曲线

Fig. 10 Maximum opening-valve pressure curve

由图 10 可知,最大开口度增大时阀口压力降低,且减小速率随之减小,并且谷值减少量大于峰值减少量。这是由于最大开口量增大时,在阀芯最大开口时,局部压力损失降低,并且会改变流体出流角度,导致谷值降低大于峰值降低量。

为探究两个变量的综合影响,最大过流面积 A 与阀芯直径 D、最大开口度 cx_{\max} 之间存在关系式 $A = \pi D c x_{\max}$ 。

保持最大过流面积一定时,同时改变最大开口度和阀芯直径,得到阀口压力曲线如图 11 所示。

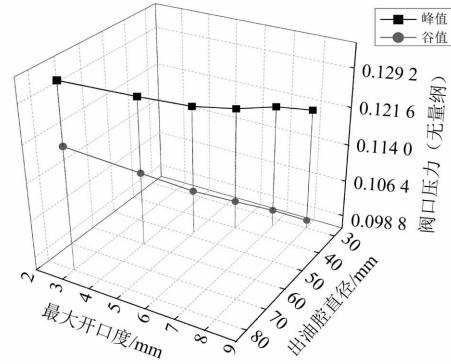


图 11 最大过流面积恒定 - 阀口压力曲线

Fig. 11 Constant maximum flow area-valve pressure curve

可以看到阀口压力曲线变化趋势基本和单独改变最大开口度时的变化趋势一致,即增加最大开口度,但减小阀芯直径时,阀口压力反而减小,且谷值减小幅度大于峰值减小幅度。可以认为最大开口度对阀口压力的影响更大。这是由于最大开口度的尺寸会影响流体过流时的局部速度,即会影响局部压力损失的值,这对于阀口压力的影响更大。

5 结论

本文基于 LES-LBM 对液压激振系统中的高频换向滑阀进行了初步的模拟分析,验证了该方法在模拟液压激振方面的可行性,得到了合理的结果。实际应用中可以通过仿真确定合理的参数选择范围,对滑阀的设计有更直观的帮助;也为液压系统的分析仿真提供了新的思路。

(1) LES-LBM 方法具有一定的准确性,模拟结果与传统方法有较高的一致性且仿真效率更高。

(2) 进油腔体积越大,阀口的压力冲击越小。

(3) 对于一定的最大过流面积,最大开口度和阀芯直径对阀口压力都有影响,且最大开口度的影响更大;一定面积下,随着最大开口度的增加和阀芯直径的减小,阀口压力峰值和谷值减小,波动冲击增大。

参 考 文 献

- [1] ABDALLA M O, NAGARAJAN T, FAKHRULDIN M H. Numerical study of flow field and energy loss in hydraulic

- proportional control valve [C] // National Postgraduate Conference. Kuala Lumpur: IEEE, 2011.
- [2] CHATTOPADHYAY H, KUNDU A, SAHA B K, et al. Analysis of flow structure inside a spool type pressure regulating valve [J]. Energy Conversion & Management, 2012, 53(1): 196–204.
- [3] 朱成实, 陈寄贵. 基于 AMESim 电液换向阀动态特性仿真分析 [J]. 沈阳化工大学学报, 2013, 27(1): 54–57.
ZHU Chengshi, CHEN Jigui. Simulation analysis on the dynamic characteristics of electro-hydraulic valve based on the AMESim [J]. Journal of Shenyang University of Chemical Technology, 2013, 27(1): 54–57.
- [4] 李彦浩, 程永光. 用多松弛格子 Boltzmann 方法模拟三维水击波 [J]. 武汉大学学报 (工学版), 2013, 46(4): 417–422.
LI Yanhao, CHENG Yongguang. Three-dimensional simulation of water hammer wave by multiple-relaxation-time lattice Boltzmann method [J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2013, 46(4): 417–422.
- [5] 任晟, 张家忠, 张亚苗, 等. 零质量射流激励下诱发液体相变及其格子 Boltzmann 方法模拟 [J]. 物理学报, 2014, 63(2): 216–224.
REN Sheng, ZHANG Jiazhong, ZHANG Yamiao, et al. Phase transition in liquid due to zero-net-mass-flux jet and its numerical simulation using lattice Boltzmann method [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(2): 216–224.
- [6] 李华兵. 晶格玻尔兹曼方法对血液流的初步研究 [D]. 上海: 复旦大学, 2004.
- [7] 吴晓笛, 刘华坪, 陈浮. 基于浸入边界–格子 Boltzmann 通量求解法的椭圆柱流动特性分析 [J]. 计算力学学报, 2018, 35(3): 283–290.
- WU Xiaodi, LIU Huaping, CHEN Fu. Numerical simulations of flow over isolated and two tandem elliptical cylinders by immersed boundary-lattice Boltzmann flux solver [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2018, 35 (3): 283–290.
- [8] 周王军, 李勇, 何录武. 黏弹性流体扩展及收缩流动的格子 Boltzmann 模拟分析 [J]. 力学季刊, 2018, 39(2): 395–404.
ZHOU Wangjun, LI Yong, HE Luwu. Simulation of sudden expansion and contraction flows for viscoelastic fluids using the lattice boltzmann method [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2018, 39(2): 395–404.
- [9] MOHAMAD A A. Lattice Boltzmann method [M]. London: Springer London, 2011.
- [10] 张迪嘉, 姜继海. 插装型液压锥阀流场与气穴仿真研究 [J]. 液压与气动, 2016(4): 34–37.
ZHANG Dijia, JIANG Jihai. Simulation of flow field and cavitation for hydraulic cartridge cone valve [J]. Chinae Hydraulic & Pneumatics, 2016(4): 34–37.
- [11] 刘祖斌, 赵鹏. 结合大涡模拟的格子玻尔兹曼方法模拟高雷诺数流动 [J]. 船舶力学, 2015(5): 484–492.
LIU Zubin, ZHAO Peng. Highre flow simulation with lattice Boltzmann method combined with LES [J]. Journal of Ship Mechanics, 2015(5): 484–492.
- [12] MEYERS J, SAGAUT P. On the model coefficients for the standard and the variational multi-scale smagorinsky model [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2006, 569 (1): 287–319.
- [13] LALLEMAND P, LUO L S. Lattice Boltzmann method for moving boundaries [J]. Journal of Computational Physics, 2003, 184(2): 406–421.

(上接第 185 页)

- LI Yongle, CAI Xiantang, TANG Kang, et al. Study of spatial distribution feature of wind fields over bridge site with a deep-cutting gorge using numerical simulation [J]. China Civil Engineering Journal, 2011, 44(2): 116–122.
- [12] WAKES S J, MAEGLI T, DICKINSON K J, et al. Numerical modelling of wind flow over a complex topography

- [J]. Environmental Modelling and Software, 2010, 25: 237–247.
- [13] REN H H, LAIMA S J, CHEN W L, et al. Numerical simulation and prediction of spatial wind field under complex terrain [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2018, 180: 49–65.