

冲击荷载作用下泊松比对脆性材料破坏影响的近场动力学分析

黄小华, 李 双, 金艳丽, 叶兆青

(广西大学 土木建筑工程学院, 工程防灾与结构安全教育部重点实验室, 南宁 530004)

摘 要: 键基近场动力学(Peridynamic, PD)方法已证实能模拟固体材料中裂纹自发地萌生和扩展, 但存在特定泊松比的限制。提出了单键双参数键基 PD 模型, 它继承了传统键基 PD 简单性、稳定性等特点, 并拓展了泊松比的适用范围。通过变形的静力定量计算、冲击荷载作用下 Kalthoff-Winkler 试验等裂纹扩展过程的模拟, 验证了该模型。进一步就平行双裂纹薄板的冲击破坏现象, 研究了泊松比对其破坏的影响。结果表明: 冲击荷载一定时, 材料泊松比的增大, 会导致薄板起裂提前, 其抗冲击破坏能力变弱, 同时泊松比改变破坏路径致使薄板贯通延迟, 破坏总时间延长, 贯通速度降低; 冲击荷载较大时, 泊松比的变化会对平行双裂纹脆性薄板的裂纹扩展路径产生明显影响。

关键词: 键基近场动力学; 双参数; 泊松比; 平行双裂纹; 冲击荷载

中图分类号: TU375.2; TU311.3

文献标志码: A

DOI:10.13465/j.cnki.jvs.2020.20.027

Effect of Poisson's ratio on the fracture of brittle materials under impact loading via peridynamics

HUANG Xiaohua, LI Shuang, JIN Yanli, YE Zhaoqing

(Key Laboratory of Disaster Prevention and Structural Safety of Ministry of Education, College of Civil Engineering and Architecture, Guangxi University, Nanning 530004, China)

Abstract: The bond-based peridynamics has been shown to simulate the spontaneous initiation and propagation of cracks in solid materials, but there is a limit on the fixed Poisson's ratio. A two-parameter bond-based PD method was proposed, which inherits the simplicity and stability of the traditional PD and expands the range of Poisson's ratio. The model was verified by the quantitative calculation of static deformation and simulation of the crack propagation process such as the Kalthoff-Winkler test under impact loading. Furthermore, the effect of Poisson's ratio on the fracture of parallel double cracked plates was studied. The results show that when the impact loading is constant, increase in Poisson's ratio of brittle material will result in earlier initiation of cracks, and its impact resistance is weakened. Poisson's ratio changes crack propagation path of the plate, which prolongs the time of fracture and reduces the penetration velocity. When impact loading is large, Poisson's ratio will have significant influence on crack propagation path of the parallel double cracks brittle material.

Key words: bond-based peridynamics; two-parameter; Poisson's ratio; parallel double cracks; impact loading

土木工程中, 固体材料及其组成结构物大多承受变化缓慢的准静态载荷, 但在其设计工作年限内也会不可避免地遭遇诸如地震、撞击、爆破及地下工程施工等变化剧烈的动力荷载作用^[1], 脆性材料由于破坏时无明显的变形特征, 突发性强, 其抗动力荷载或抗冲击能力差, 更易在冲击荷载作用下萌发裂纹, 出现裂纹的快速扩展、贯通现象, 从而引发结构物的局部破坏、甚

至连续性倒塌。冲击荷载作用下脆性材料及其结构的损伤、破坏过程一直是学术界和工程界共同关注的重点课题^[2]。基于传统连续介质力学的数值方法, 如有限元虽然在结构变形分析中取得了巨大的成功, 工程应用广泛, 但在解决材料破坏问题上困难重重, 其根源在于运动方程涉及位移对空间的微分, 在不连续处微分型运动方程没有定义, 出现奇异性, 必须人为地对不连续处进行专门的处理, 这无疑增加了破坏问题的不准确性和复杂性。扩展有限元通过采用具有不连续性质的形函数来解决位移间断行为, 解决了许多裂纹问题, 但在涉及多裂纹问题^[3]以及裂纹三维扩展等问题上仍存在一定的局限性^[4]。新近兴起的近场动力学(Peridynamic, PD)理论^[5]是 Silling 于 2000 年提出的,

基金项目: 国家自然科学基金(51569004); 广西高等学校高水平创新团队及卓越学者计划专项经费
收稿日期: 2019-01-29 修改稿收到日期: 2019-06-20
第一作者 黄小华 男, 博士, 高级工程师, 1979 年生
通信作者 金艳丽 女, 博士, 高级工程师, 1978 年生, E-mail: yljn@gxu.edu.cn

它以位移的空间积分形式完全重构了传统连续介质力学理论,这种积分型方程在不连续处仍有定义,且形式与连续处完全相同,因此实现了对连续介质和非连续介质力学行为的统一描述,能模拟材料中裂纹自发地萌生和扩展,是一种特别适合模拟材料破坏的力学理论和方法。

近年来,近场动力学方法逐步应用于研究冲击荷载作用下各类脆性材料的破坏行为。Silling 等^[6]采用键基近场动力学模型(Bond-Based Peridynamics, BPD)模拟了刚性小球冲击脆性薄板的破坏过程;采用 BPD 模型,Silling^[7]和 Madenci 等^[8]重现了马氏体时效钢板的 Kalthoff-Winkler 试件冲击实验;Demmie 等^[9]仿真出子弹穿透混凝土薄板以及子弹打入混凝土柱的动态破坏;沈峰等^[10]模拟了冲击荷载作用下混凝土结构的破坏过程;章青等^[11]探究了冲击荷载作用下碳化钨陶瓷颗粒材料的动态力学响应;顾鑫等^[12]采用考虑长程力效应的 BPD 模型研究了刚性弹丸侵彻混凝土矩形板的破坏问题。由于 BPD 受特定泊松比的限制,这些成果仅考虑了冲击荷载作用下具有特定泊松比的材料破坏。Silling 等^[13]利用态基 PD 模型,通过对边缘预制单裂纹的脆性薄板的破坏模拟,研究了泊松比对脆性材料破坏的影响,得出泊松比对脆性材料的裂纹扩展路径没有显著影响的结论。实质上,他仅就单个裂纹情形考虑了泊松比的影响,也只分析了裂纹扩展路径这一种影响结果。而泊松比对脆性材料的起裂时间、裂纹贯通速度以及承载能力等更多影响结果都没有提及。此外,多裂纹情形下,泊松比对脆性材料破坏的影响还鲜有报道。

BPD 模型将物质点间的相互作用视为它们中心受力的键,这种中心力模型只有一个微观模量参数,即键刚度,这里将其称之为单参数 BPD 模型(或传统 BPD 模型)。该模型将均匀各向同性线弹性材料两个独立弹性参数缩减为一个参数做法,必然导致某个弹性参数将以恒定的形式固化到中心力模型中。例如泊松比参数常被固化成常数,在平面应力状态下,泊松比只能是 1/3,平面应变状态和三维应力状态下,泊松比只能是 1/4^[14]。毫无疑问,这种泊松比恒定的要求大大限制了传统 BPD 的适用范围。为此, Silling 等^[15]又提出了能突破泊松比恒定限制的态基 PD 理论,它是通过考虑两物质点邻域内所有键的集合作用来增强材料的本构描述,多体相互作用增加了模型的复杂性,致使计算开销大幅提升,同时数值稳定性降低^[16-17]。

为了保留传统 BPD 的简单性和数值实施稳定性的特点,部分学者基于 BPD 的两体间相互作用,通过引入切向键^[18-20]、引入键的转角^[21]、力量补偿方案^[22]或以梁换键^[23-24]等方式来扩展 BPD,突破了泊松比的限制。其中,通过引入切向键或键的转角等方式来增加

两物质点间的切向作用较为便捷,因为它们对传统 BPD 改动很小。Prakash 等^[21]通过引入一个法向弹簧,提出一种求解平面应力问题的双键双参数 PD 模型。Wang 等^[18-19]基于超弹性理论提出一种求解三维问题的三键双参数共轭 BPD 模型。如此,两物质点间的相互作用将以切向键和法向键的形式存在,切向键和法向键能各自断裂,互不干扰,断裂准则可用能量法^[18,21]或法向和切向键的临界伸长率准则。这种多键形式的 BPD 模型会增加材料破坏的复杂性。Zhu 等^[20]通过增加键的转角引入键的切向刚度,提出了一种求解三维问题的单键双参数 BPD 模型,但暂未见该模型应用于任何材料破坏的研究中。

本文在传统 BPD 模型的基础上,通过键内直接增加切向刚度系数,提出一种单键双参数键基近场动力学模型(简称 TBPD 模型),建立起 TBPD 模型双参数与弹性参数之间的转换关系,推导出 TBPD 模型单键断裂准则,并探讨 TBPD 模型的泊松比适用性问题,最后,以此模型研究平行双裂纹薄板的冲击破坏现象,着重研究泊松比对其破坏的影响规律。

1 单键双参数键基近场动力学理论

1.1 理论模型

在键基近场动力学理论中,宏观连续体视为在其所在空间 Ω 域内由大量物质点组成,物质点以初始构型的位置 $\mathbf{X}$ 作为标记,携有体积 V_X 和质量密度 ρ 。任一物质点 $\mathbf{X}$ 仅在其有限的“域”内通过键与其他物质点 $\mathbf{X}'$ 存在相互作用力 $\mathbf{f}$,而与该域以外的物质点不存在任何相互作用。域是以该物质点为中心,以 δ 为半径的范围,记域内所有其他物质点为 $H_X = \{\mathbf{X}' \in \Omega: |\mathbf{X}' - \mathbf{X}| \leq \delta\}$,据牛顿第二定律,物质点 $\mathbf{X}$ 在 t 时刻的运动方程为^[6]

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = \int_{H_X} \mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{X}' - \mathbf{X}, t) dV_{X'} + \mathbf{b}(\mathbf{X}, t) \quad (1)$$

式中: $\ddot{\mathbf{u}} = \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{X}, t)}{\partial t^2}$ 为加速度; $\mathbf{b}$ 为体力密度; $\mathbf{f}$ 表示本构力函数,包含了物质点的所有本构信息,表示 t 时刻单位体积的物质点 $\mathbf{X}'$ 施加于物质点 $\mathbf{X}$ 的体力密度; $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{u}'$ 分别表示 t 时刻两物质点的位移。通常,采用 $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{X}' - \mathbf{X}$ 表示初始时刻两物质点的相对位置, $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{u}' - \mathbf{u}$ 表示在 t 时刻它们的相对位移,则 t 时刻两物质点的相对位置为 $\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}$ 。

传统键基 PD 模型将物质点间的相互作用视为它们中心受力的键,键仅有一个刚度系数,表示法向作用,故这里又将其称之为单键单参数键基 PD 模型。

下面将在传统键基 PD 模型的基础上,通过键内直接添加切向刚度系数,使其具有法向和切向双刚度,并

称之为单键双参数键基 PD 模型,如图 1 所示。法向刚度沿着平行键的初始方向($\hat{e}_n \parallel \xi$),切向刚度沿着垂直于键初始方向($\hat{e}_t \perp \xi$),这里, $\hat{e}_n$ 和 $\hat{e}_t$ 分别表示沿键初始方向和垂直于该方向的单位矢量

$$\begin{cases} \hat{e}_n = \cos \theta \hat{e}_1 + \sin \theta \hat{e}_2 \\ \hat{e}_t = -\sin \theta \hat{e}_1 + \cos \theta \hat{e}_2 \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\hat{e}_1$ 和 $\hat{e}_2$ 为初始构型所在坐标系的单位矢量, θ 为键的初始方向角。

此时, X 和 X' 间键的微观弹性应变密度(单位体积的应变能密度)为

$$\omega = \frac{1}{2}c_n \left(\frac{\eta_n}{\xi} \right)^2 \xi + \frac{1}{2}c_t \left(\frac{\eta_t}{\xi} \right)^2 \xi \quad (3)$$

式中: c_n 和 c_t 分别为法向和切向刚度系数; η_n 和 η_t 分别是 η 沿着 $\hat{e}_n$ 和 $\hat{e}_t$ 的分量; η_n/ξ 和 η_t/ξ 分别表示键在 $\hat{e}_n$ 和 $\hat{e}_t$ 方向的伸长率。

$$\begin{cases} \eta_n = \eta \cdot \hat{e}_n \\ \eta_t = \eta \cdot \hat{e}_t \end{cases} \quad (4)$$

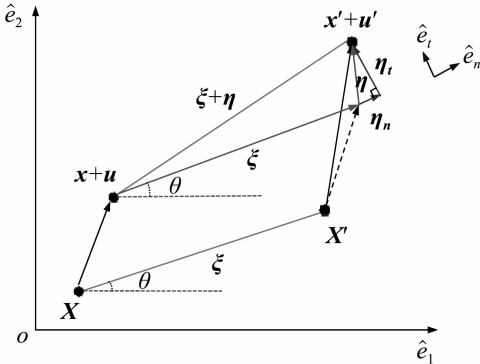


图1 TBPD 模型中键的运动示意图
Fig. 1 Motion of a bond in TBPD model

将每个键的应变能都等分给键两端的物质点,则物质点 X 的宏观弹性应变能密度为

$$W^{PD}(X) = \frac{1}{2} \int_{H_X} \omega dV_{X'} \quad (5)$$

对点力 f 是键的微观弹性应变能密度 ω 对该键相对位移矢量 η 的导数^[5]

$$f = \frac{\partial \omega(\eta, \xi)}{\partial \eta} = \frac{c_n \eta_n \hat{e}_n + c_t \eta_t \hat{e}_t}{\xi} \quad (6)$$

以示比较,下面也给出 BPD 模型的对点力^[25]

$$f^{BPD} = cs \hat{e}'_n \quad (7)$$

式中: $s = (|\xi + \eta| - |\xi|)/|\xi|$ 为 t 时刻键的伸长率, $\hat{e}'_n = \xi + \eta / |\xi + \eta|$ 为该时刻键所在方向的单位矢量。在小变形下,有

$$\begin{cases} \hat{e}'_n \approx \hat{e}_n \\ |\xi + \eta| \approx |\xi| + \eta \cdot \hat{e}_n = |\xi| + \eta_n \end{cases} \quad (8)$$

则式(7)可改写为

$$f^{BPD} \approx \frac{c \eta_n \hat{e}_n}{\xi} \quad (9)$$

TBPD 模型与 BPD 模型一样,两物质点间的作用仅由两物质点自身状态决定,而与其他物质点无关,因此,可取出 δ 邻域内任意两物质点进行单独分析,初始时刻,它们的相对位置为 $\xi = |\xi| \hat{e}_n = l_0 \hat{e}_n$ 。

假定弹性体在小变形情况下发生均匀应变 ε_{ij} ,根据 Cauchy-Born 准则,初始构型中物质点 X 的邻近区域在 $\hat{e}_n$ 方向上的微键 $\hat{e}_n dl_0$,映射到当前构型为 $F \hat{e}_n dl_0$, F 是物质点 X 变形梯度张量,其分量表示为

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \delta_{ij} \quad (10)$$

式中: δ_{ij} 为 Kronecker 符号。于是,Green 应变张量可表示为

$$E_{ij} = \frac{1}{2}(F_{ik}F_{kj} - \delta_{ij}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) \quad (11)$$

小变形时有 $|\partial u_i / \partial X_j| \ll 1$,略去位移梯度的乘积项,Green 应变 E 变为 Cauchy 应变 ε ,则式(10)变为

$$F_{ij} = \delta_{ij} + \varepsilon_{ij} + \omega_{ij} \quad (12)$$

式中: $\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} - \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right)$ 为刚体转动张量,当弹性体具有足够的位移约束时,刚体位移(包括刚体转动)可忽略不计,即 $\omega_{ij} = 0$,式(12)可进一步简化为 $F_{ij} = \delta_{ij} + \varepsilon_{ij}$ 。由于整个物体具有均匀的应变场,因此所有物质点的都具有相同的变形梯度 F 。初始构型中物质点 X 和 X' 间键 $\hat{e}_n l_0$,映射到当前构型为 $F \hat{e}_n l_0 = \hat{e}_n l_0 + \varepsilon \hat{e}_n l_0$,则两物质点间相对位移矢量 $\eta = \varepsilon \hat{e}_n l_0$,将位移矢量按法向和切向进行分解,得

$$\begin{cases} \eta_n = \eta \cdot \hat{e}_n = l_0 \varepsilon_{ij} \hat{e}_{nj} \hat{e}_{ni} \\ \eta_t = \eta \cdot \hat{e}_t = l_0 \varepsilon_{ij} \hat{e}_{nj} \hat{e}_{ti} \end{cases} \quad (13)$$

将方程(3)代入方程(5),得物质点 X 的宏观弹性应变能密度

$$W^{PD}(X) = \frac{1}{2} \int_{H_X} \frac{1}{2\xi} (c_n \eta_n^2 + c_t \eta_t^2) dV_{X'} \quad (14)$$

将方程(13)代入方程(14)化简得

$$\begin{aligned} W^{PD}(X) = & \left(\frac{1}{16} \pi h \delta^3 c_n + \frac{1}{48} \pi h \delta^3 c_t \right) (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2) + \\ & \left(\frac{1}{12} \pi h \delta^3 c_n + \frac{1}{12} \pi h \delta^3 c_t \right) \varepsilon_{12}^2 + \\ & \left(\frac{1}{24} \pi h \delta^3 c_n - \frac{1}{24} \pi h \delta^3 c_t \right) \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} \end{aligned} \quad (15)$$

式中: h 为材料厚度。在经典连续介质力学中,平面应变状态的应变能密度为

$$\begin{aligned} W^{CCM}(X) = & \frac{E(1-\nu)}{2(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2) + \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{12}^2 + \\ & \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} \end{aligned} \quad (16)$$

对于任一物质点 $\mathbf{X}$, 在相同的应力状态下, PD 的弹性应变能密度 $\mathbf{W}^{\text{PD}}(\mathbf{X})$ 和连续介质力学的应变能密度 $\mathbf{W}^{\text{CCM}}(\mathbf{X})$ 必须相等。鉴于平面应变状态的 ε_{ij} 具有 3 个独立分量, 在小变形条件下可任意取值。即不论 ε_{ij} 取何值, 都应有 $\mathbf{W}^{\text{PD}}(\mathbf{X}) = \mathbf{W}^{\text{CCM}}(\mathbf{X})$, 于是, 方程(15)和方程(16)中 $(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2)$ 、 ε_{12}^2 和 $\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}$ 的系数需对应相等, 由此可列出 3 个独立方程, 求解该方程组可得 TBPd 模型的参数 c_n 和 c_t 与弹性模量 E 和泊松比 ν 的关系

$$c_n = \frac{6E}{\pi t \delta^3 (1 + \nu) (1 - 2\nu)}, c_t = \frac{6E(1 - 4\nu)}{\pi t \delta^3 (1 + \nu) (1 - 2\nu)} \quad (17)$$

若方程(15)和方程(16)中采用平面应力状态下或者三维状态下的应变能密度, 则可得到该应力状态下 TBPd 的微模量与材料弹性参数间的转换关系, 如表 1 所示。

不难验证, 当切向刚度系数 $c_t = 0$ 时, TBPd 模型退化后参数与 BPD 模型参数完全相同, 且方程(6)右边表达式将退化成方程(9)右边表达式, 此时, TBPd 模型将近似为 BPD 模型。两者的差异在于 TBPd 模型以键的初始位置来表示对点力的方向, 而 BPD 模型采用键的当前位置。微模量参数和作为 BPD 的刚度系数, 必须满足 $c_n \geq 0$ 且 $c_t \geq 0$ 。因此 TBPd 模型的泊松比适用范围为: 平面应变和三维情形时 $-1 < \nu \leq 1/4$, 平面应力时 $-1 < \nu \leq 1/3$ 。

表 1 TBPd 模型的微模量 c_n 和 c_t

Tab. 1 Micro-modulus c_n and c_t of TBPd model

	c_n	c_t	$c_t \geq 0, c_n \geq 0$
三维	$\frac{6E}{\pi \delta^3 (1 - 2\nu)}$	$\frac{6E(1 - 4\nu)}{\pi \delta^3 (1 + \nu) (1 - 2\nu)}$	$-1 < \nu \leq \frac{1}{4}$
平面应变	$\frac{6E}{\pi h \delta^3 (1 + \nu) (1 - 2\nu)}$	$\frac{6E(1 - 4\nu)}{\pi h \delta^3 (1 + \nu) (1 - 2\nu)}$	$-1 < \nu \leq \frac{1}{4}$
平面应力	$\frac{6E}{\pi h \delta^3 (1 - \nu)}$	$\frac{6E(1 - 3\nu)}{\pi h \delta^3 (1 - \nu^2)}$	$-1 < \nu \leq \frac{1}{3}$

值得指出的是, 表 1 转换关系与 Zhu 等相同, 但两者引入切向刚度的方法和推导过程并不相同。Zhu 等^[20]通过增加键的转角引入键的切向刚度, 然后在小变形条件下, 分别以均匀体积变形和均匀剪切应变两种特殊工况, 构建相应的 $\mathbf{W}^{\text{PD}}(\mathbf{X}) = \mathbf{W}^{\text{COM}}(\mathbf{X})$ 等式, 分两次得到了模型的双参数与材料弹性参数的转换公式。而 TBPd 模型通过键内直接增加切向刚度系数, 在小变形条件下, 以均匀应变工况(即在局部近场作用域内的均匀小变形假设下), 一次得到了模型的双参数与材料弹性参数的转换公式, 整个推导方式更简洁, 易于理解。此外, Zhu 等并未采用单键双参数 BPD 模型开展任何破坏分析, 本文接下来将讨论 TBPd 模型的断裂准则及其破坏应用。

1.2 单键断裂准则

这里采用能量准则作为判断单键断裂的依据, 即

键中包含的微观应变能密度 $\omega(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})$ 超过某个极限值 $\omega_c(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})$ (简记为 ω_c) 时, 认为该键断裂, 将不再传递力的作用。

考虑一含裂纹 CD 的无限大板, 板厚 h , 裂纹长度为 $2a$ 。当裂纹 CD 穿过某一物质点的邻域时, 所有被裂纹穿过的键都将断裂, 存储在这些键中的应变能也被耗散。如图 2 所示, 键 AB 将发生断裂, 存储在该键中的应变能 $\omega_c V_A V_B$ 将被耗散, 其中 V_A 和 V_B 分别为物质点 A 和物质点 B 携带的体积, 当 V_A 和 V_B 趋于无限小时, 所有因裂纹 CD 而耗散的键的总应变能用积分表示为

$$U = \int_{\Omega_A} \int_{\Omega_B} \omega_c dV_B dV_A, \text{ if } r_{AB} \leq \delta \text{ 且 } AB \cap CD \neq \emptyset \quad (18)$$

式(18)中, Ω_A 和 Ω_B 分别表示位于裂纹 CD 两侧的物质点 A 和物质点 B 的取值范围, 它们须满足一定的断键条件, 即线段 AB 的距离 $r_{AB} \leq \delta$, 且线段 AB 和线段 CD 有交点。

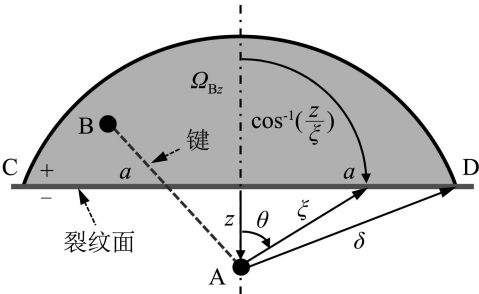


图 2 断裂面完全穿过物质点的邻域^[8]
Fig. 2 Horizon of material point completely crossing a fracture surface

下面分析当物质点 A 沿平行于裂纹 CD 移动时, 物质点 B 的取值范围 Ω_B 以及该物质点因裂纹 CD 而耗散的键的总应变能, 记物质点 A 至裂纹 CD 的垂直距离为 $z(0 \leq z \leq \delta)$ 。

(1) 当物质点 A 位于裂纹 CD 的中垂线上时, 如图 2 所示, 裂纹 CD 将物质点 A 的邻域完全分隔成两部分, 其中与物质点 A 异侧的褐色扇形区域就是物质点 B 的取值范围 Ω_{Bz} , 将该区域的体积记为 V'_A , 有

$$V'_A = h \int_z^\delta \int_{-\cos^{-1}(\frac{z}{\xi})}^{\cos^{-1}(\frac{z}{\xi})} \xi d\xi d\theta = 2h \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}(\frac{z}{\xi})} \xi d\xi d\theta \quad (19)$$
$$U_A = V_A \int_{\Omega_{Bz}} \omega_c dV_B \quad (20)$$

(2) 当物质点 A 水平移动距离 $b(0 < b \leq a)$ 至物质点 A_1 时, 裂纹 CD 的尖端 D 位于物质点 A_1 的邻域内, 它并没有将物质点 A_1 的邻域完全分隔成两部分, 如图 3 所示, 延长线段 $A_1 D$ 至邻域边界交于点 B_1 , 在物质点 A_1 邻域中, $C_1 D B_1$ 区域内任一物质点与物质点 A_1 连接的键将全部断裂, 则该区域是物质点 A_1 的键断裂区, 它也是我们找寻对应物质点 A_1 , 满足键断要求的物质

点 B 的取值范围 Ω_{B_1} 。而区域 D_1DB_1 中的物质点与物质点 A_1 的连接键保持完好,将该区域记为 Ω'_{B_1} ,则

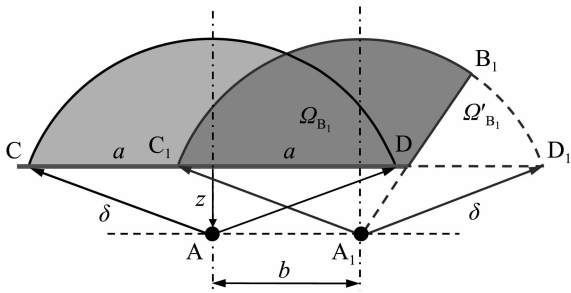


图 3 断裂面未完全穿过物质点的邻域

Fig. 3 Horizon of material point not completely crossing a fracture surface

$$\Omega_{B_1} + \Omega'_{B_1} = \Omega_{B_z} \tag{21}$$

$$U_{A_1} = V_A \int_{\Omega_{B_1}} \omega_c dV_B \tag{22}$$

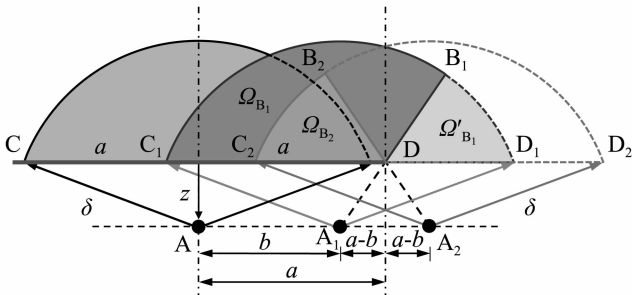


图 4 断裂面未完全穿过物质点邻域的微势能积分域

Fig. 4 Integration domain of the micropotentials not completely crossing a fracture surface

(3)继续水平移动物质点 A_1 至物质点 A_2 时,使得线段 A_1A_2 距离为 $2(a-b)$,此时裂纹 CD 的尖端 D 点同样停留在物质点 A_2 邻域内,如图 4 所示,延长线段 A_2D 至邻域边界交点 B_2 ,在物质点 A_2 邻域中, C_2DB_2 区域(Ω_{B_2})内任一物质点与物质点 A_2 连接的键将全部断裂,是物质点 A_2 的键断裂区,则

$$U_{A_2} = V_A \int_{\Omega_{B_2}} \omega_c dV_B \tag{23}$$

显然,物质点 A_2 的 Ω_{B_2} 区域与物质点 A_1 的 Ω'_{B_1} 区域是关于裂纹尖端 D 点所在垂线对称,因此式(23)可改写为

$$U_{A_2} = V_A \int_{\Omega'_{B_1}} \omega_c dV_B \tag{24}$$

由式(22)和式(24),并考虑式(20)和式(21),可得

$$\begin{aligned} U_{A_1} + U_{A_2} &= V_A \int_{\Omega_{B_1}} \omega_c dV_B + V_A \int_{\Omega'_{B_1}} \omega_c dV_B = \\ &= V_A \int_{\Omega_{B_z}} \omega_c dV_B = U_A \end{aligned} \tag{25}$$

方程(25)表明,当物质点 A_1 不在裂纹 CD 的中心线上,如位于靠近裂纹尖端 D 点一侧时,虽然物质点

A_1 的键断裂区 Ω_{B_1} 小于同一水平、位于裂纹中心线上物质点 A 的键断裂区 Ω_{B_z} ,且 Ω_{B_1} 随着距离 b 的增大而不断减小,但是,对于任一物质点 A_1 必然存在物质点 A_2 ,使它们关于裂纹尖端 D 点所在垂线对称,则物质点 A_2 的键断裂区 Ω_{B_2} 能刚好弥补裂纹未完全穿过物质点 A_1 邻域 Ω'_{B_1} 。因此对于所有距裂纹 CD 垂直距离为 z 的物质点 A,因裂纹 CD 而耗散的键的总应变能为

$$\begin{aligned} U_z &= dz \int_{S'_A} \int_{\Omega_{B_z}} \omega_c dV_B dS_A = \\ &= dz \int_{S'_A} dS'_A \times \int_{\Omega_{B_z}} \omega_c dV_B = S'_A dz \int_{\Omega_{B_z}} \omega_c dV_B \end{aligned} \tag{26}$$

式中:dz 为物质点 A 携带体积在 z 轴的长度, S'_A 为满足键断要求的,且距裂纹 CD 垂直距离为的所有物质点 A 的取值范围,而 S'_A 为裂纹 CD 在直线 AA_2 所在水平面上的投影区域。

记 G_c 为产生每单位裂纹表面所需的能量,则

$$G_c = \frac{1}{S'_A} \int_0^\delta U_z = \int_0^\delta \int_{\Omega_{B_z}} \omega_c dV_B dz \tag{27}$$

式(27)表明, G_c 与裂纹 CD 的面积 S'_A 无关,仅与 Ω_{B_z} 有关,而 Ω_{B_z} 在二维和三维显然是不同的,二维情形下,式(27)可改写为

$$\begin{aligned} G_c &= h \int_0^\delta \int_z^\delta \int_{-\cos^{-1}(\frac{z}{\xi})}^{\cos^{-1}(\frac{z}{\xi})} \omega_c \xi d\xi d\theta = \\ &= 2h \int_0^\delta \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}(\frac{z}{\xi})} \omega_c \xi d\xi d\theta \end{aligned} \tag{28}$$

三维情形下,式(27)可改写为

$$G_c = \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}(\frac{z}{\xi})} \omega_c \xi^2 \sin \phi d\phi d\xi d\theta \tag{29}$$

与传统 BPD 模型相类似,将 ω_c 假定为 ξ 的线性函数,即

$$\omega_c(\eta, \xi) = \omega_{c0} \xi \tag{30}$$

将式(30)代入式(28),得二维情形下

$$G_c = 2h \int_0^\delta \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}(\frac{z}{\xi})} \omega_{c0} \xi^2 d\xi d\theta dz = \frac{1}{2} h \omega_{c0} \delta^4 \tag{31}$$

故

$$\omega_{c0} = \frac{2G_c}{h\delta^4} \tag{32}$$

由式(3)、式(30)和式(32)知,二维情形下,TBPD 模型的单键断裂准则为

$$\frac{\omega}{\xi} = \frac{1}{2} c_n \left(\frac{\eta_n}{\xi} \right)^2 + \frac{1}{2} c_t \left(\frac{\eta_t}{\xi} \right)^2 > \omega_{c0} \tag{33}$$

在采用 TBPD 方法计算过程中,一旦键满足式(33),则该键断裂且永久失效。不难验证,当切向刚度系数 $c_t = 0$ 时,TBPD 模型的单键断裂准则可退化后为 BPD 模型的单键断裂准则,即

$$s > s_c = \sqrt{\frac{4G_c}{ch\delta^4}} \tag{34}$$

式中： c 和 s_c 分别为 BPD 模型中键的微观模量以及键的临界伸长率。

同理,将式(30)代入式(29),得三维情形下

$$G_c = \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}(\frac{z}{\xi})} \omega_c \xi \xi^2 \sin \phi d\phi d\xi dz =$$
$$\frac{1}{5} \pi \omega_c \delta^5 \tag{35}$$

故

$$\omega_{c0} = \frac{5G_c}{\pi\delta^5} \tag{36}$$

在 TBPД 模型中,键断裂与否采用状态函数 $\mu(\xi,t)$ 来记录。物质点的损伤通过物质点邻域内键的断裂程度,用函数 $\varphi(\mathbf{X},t)$ 来计算, $\mu(\xi,t)$ 和 $\varphi(\mathbf{X},t)$ 具体的表达式可参考文献[6]。

2 模型验证

2.1 计算精度与突破泊松比限制验证

算例 1:一无限长柱形体,横截面是 1.0 m×0.5 m 的长方形,物体位移 $u_z=0$,其弹性模量 200 GPa,密度 7 850 kg/m³,在柱面上受有垂直横截面两短边且不沿长度变化的均匀拉力 $p=200$ MPa,如图 5 所示。按平面应变情形,分别采用 BPD 模型和 TBPД 模型进行计算,物质点间距 $\Delta=0.01$ m,邻域半径 $\delta=3.015\Delta$,荷载 p 通过转变为体力荷载 p/Δ ,施加在两短边最外一层的真实物质点上^[8]。

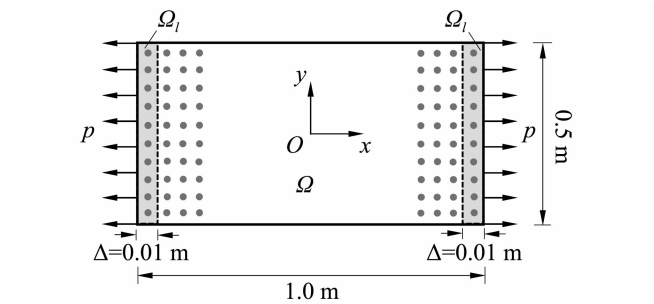
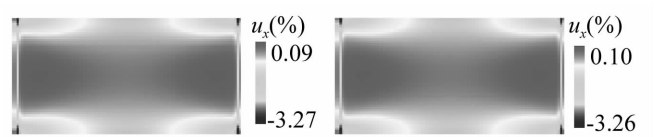


图 5 单轴拉伸荷载作用下的无限长柱形体 PD 离散示意图
Fig. 5 Sketch of infinite block under uniaxial tension and its PD discretization

(1)当泊松比 $\nu=1/4$ 时,如图 6 所示,采用 BPD 模型或 TBPД 模型计算的位移结果相差甚微,都与解析解吻合良好。采用 TBPД 方法计算的位移 u_x 的最大相对误差为 3.26%,分布在薄板四个角点附近,系 PD 的边界效应所导致。



(a) BPD模型 (b) TBPД模型
图 6 两种模型计算的位移 u_x 与解析解间的相对误差
Fig. 6 Relative error on u_x of two models

(2)泊松比 $\nu \in [0,1/4]$ 时,采用反算泊松比^[12]和计算物质点位移 u_x 的相对误差来验证这两种 PD 模型的合理性,结果列于表 2 和表 3 中。

表 2 BPD 模型与 TBPД 模型的泊松比反算结果
Tab. 2 Poisson's ratio inverse calculation result of BPD and TBPД model

ν	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	1/4
BPD	0.249 6	0.249 6	0.249 6	0.249 6	0.249 6	0.249 6
TBPД	0.000 2	0.049 6	0.099 4	0.149 3	0.199 3	0.249 6

表 3 BPD 模型与 TBPД 模型计算的最大相对误差
Tab. 3 Maximum relative error on calculated by BPD and TBPД model

ν	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	1/4
BPD	12.6%	12.3%	11.2%	9.09%	5.56%	3.27%
TBPД	1.76%	1.76%	1.91%	2.21%	2.12%	3.26%

由表 2 可知,在平面应变情形下,BPD 模型无论材料泊松比怎么取值,反算泊松比总是 0.249 6,无法真实反应其他泊松比,这证实了它仅适合用来描述前面所说的特定泊松比材料。而采用 TBPД 模型时,反算泊松比值与真实泊松比非常接近,相对误差为 0.16%~0.80%。故它较适合用来描述泊松比在一定范围内的材料力学行为。此外,由表 3 可知,采用 TBPД 模型计算,在 $\nu \in [0,1/4]$ 时,位移 u_x 的误差全部小于 5.0%;而采用 BPD 模型计算,在 $\nu \in [0,0.2]$ 时,位移 u_x 的误差全部大于 5.0%,且泊松比越小,相对误差越大。

算例 2:一无限长柱形体,其横截面是边长 1.0 m 的正方形,物体位移 $u_z=0$,弹性模量 200 GPa,泊松比 $\nu=0.20$,密度 7 850 kg/m³,在柱面上施加沿柱长度不变的 $\bar{u}_x=0.1y, \bar{u}_y=0.1x$ 的剪切位移边界条件。按平面应变情形,采用 TBPД 模型计算,物质点间距 $\Delta=0.01$ m,邻域半径 $\delta=3.015\Delta$,剪切位移边界条件是施加在横截面以外宽度为 δ 的 3 层虚拟物质点上,如图 7 所示。

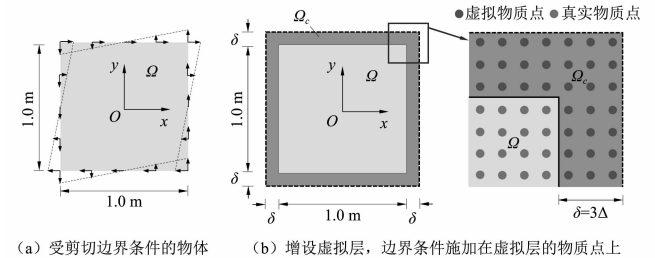


图 7 剪切边界条件施加示意图
Fig. 7 Schematic map of shear boundary conditions

如图 8 所示,采用 TBPД 模型计算的物体位移 u_x 和 u_y 与解析解的最大相对误差都仅为 0.261%。

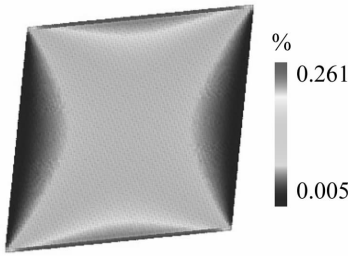


图8 TBPD方法计算的位移 u_x 与解析解间的相对误差
Fig. 8 Relative error on u_x for TBPD method

2.2 冲击荷载下中心预制斜裂纹的受拉薄板破坏验证

一中心预制斜裂纹的受拉正方形薄板,边长为50 mm,斜裂纹长度10 mm且与水平线夹角,如图9所示。弹性模量192 GPa,泊松比,质量密度8 000 kg/m³,临界断裂能83 kJ/m²。在薄板上、下边界作用大小 $v(t) = 50$ m/s的法向冲击荷载。分别采用BPD模型和TBPD模型进行计算,物质点间距 $\Delta = 0.1$ mm,邻域半径 $\delta = 3.015\Delta$,计算时步取 1.3367×10^{-8} s。

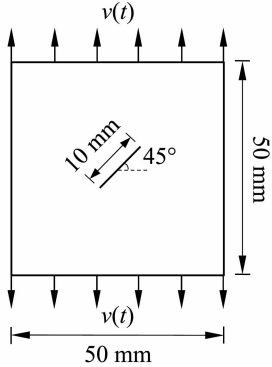


图9 中心单裂纹薄板的裂纹布置
Fig. 9 Crack arrangement of central single crack plate

如表4所示,当泊松比取1/3时,TBPD模型与BPD模型在薄板裂纹起裂和贯通时刻稍有差异,薄板破坏历时基本相同。取 $t = 13.4$ μ s时刻的位移和破坏损伤形态进行对比,如图10和图11所示,两模型计算的位移 u_y 和薄板损伤形态几乎相同。

表4 泊松比 $\nu = 1/3$ 时薄板启裂和贯通时刻

Tab. 4 Cracking and cut through time of plate			
	启裂时刻/ μ s	贯通时刻/ μ s	破坏历时/ μ s
BPD 模型	5.01	15.31	10.30
TBPD 模型	5.05	15.52	10.47

2.3 Kalthoff-Winkler 试验的模拟验证

Kalthoff-Winkler 冲击试验^[26]是采用刚性小球冲击初始边缘具有两个凹口的薄板,如图12所示。薄板弹性模量191 GPa,质量密度8 000 kg/m³,临界断裂能69 kJ/m³,泊松比0.25,冲击荷载为32 m/s。采用

TBPD模型计算,物质点间距 $\Delta = 1$ mm,邻域半径 $\delta = 3.015\Delta$,计算时步 8.7×10^{-8} s。冲击荷载是施加在冲击作用面以外宽度为 δ 的3层虚拟物质点上。

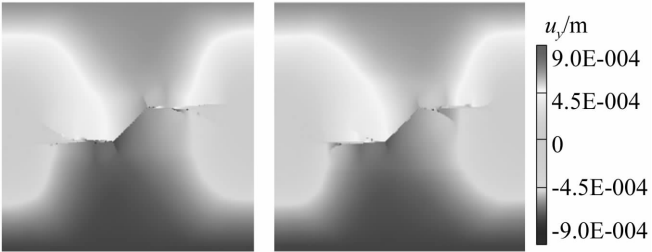


图10 两种模型在 $t = 13.4$ μ s时的薄板 u_y 云图
Fig. 10 u_y of the plate at $t = 13.4$ μ s simulated by two models

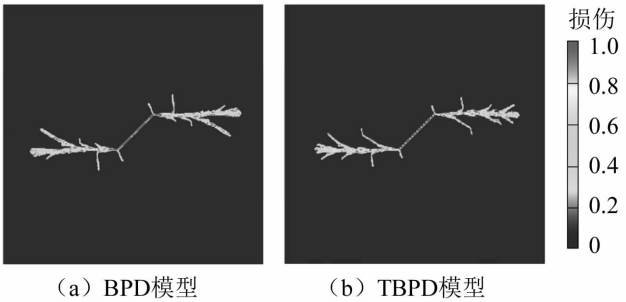


图11 两种模型在 $t = 13.4$ μ s时的薄板破坏形式对比
Fig. 11 Failure modes of the plate at $t = 13.4$ μ s simulated by two models

受冲击影响,薄板在11 μ s时开始起裂,起裂角度为66°,在85.4 μ s时裂纹扩展至左右边缘,如图13所示,裂纹扩展路径和扩展角度与Madenci等模拟结果及Kalthoff等^[26]试验结果吻合良好。

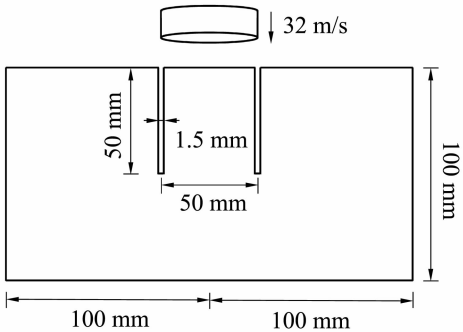


图12 Kalthoff-Winkler 试验模型^[26]二维简图
Fig. 12 Two-dimensional sketch of Kalthoff-Winkler test model

2.4 含双裂缝的岩石试件单轴受压破坏模拟验证

一长80 mm,高160 mm的长方形岩石试件,其弹性模量为29 GPa,密度1 600 kg/m³,泊松比0.2,临界断裂能30 J/m²。两条预制裂缝长15 mm,宽2.5 mm,水平倾角45°。在试件上、下边界都作用有均布的压力。采TBPD模型计算时,物质点间距 $\Delta = 1$ mm,邻域半径 $\delta = 3.015\Delta$,计算步长 5.0×10^{-8} s,每计算步的荷载增量为20 kPa,通过转变为体力荷载,施加在位于薄

板上下边界的最外一层,宽度为 Δ 的真实物质点层上。

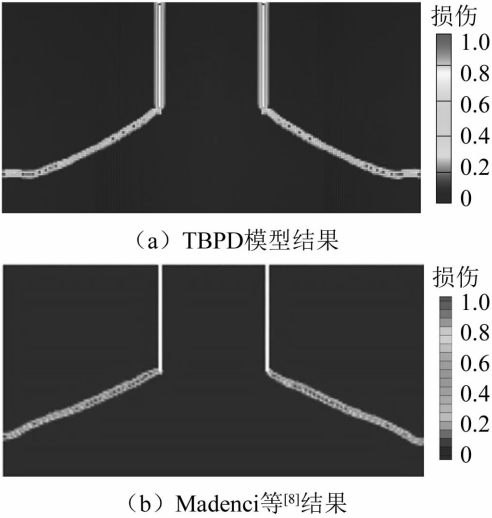


图 13 Kalthoff-Winkler 试验模型的模拟破坏路径
Fig. 13 Simulated damage path of Kalthoff-Winkler test model

考虑两种预制裂纹布置形式：
1) 两预制裂缝位于同一直线上,间距 18 mm,如图 14(a)所示；
2) 两预制裂缝间竖直间距 20 mm,水平间距 4 mm,如图 14(b)所示。

图 15(a)给出了第 1 种裂纹布置形式的岩样试件,采用 TBPB 模型模拟的最终破坏形态,它与 Yang 等^[27]观测到试验结果基本相同,如图 15(b)所示。

图 16(a)给出了第 2 种裂纹布置形式的岩样试件,采用 TBPB 模型模拟的最终破坏形态,它与 Ngai 等^[28]观测到试验结果基本相同,如图 16(b)所示。

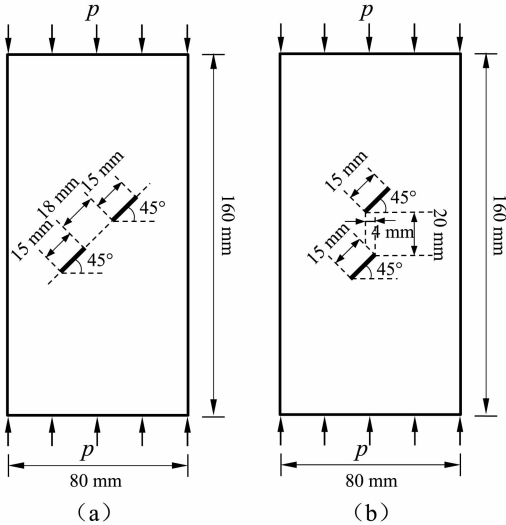


图 14 单轴压缩荷载下预制裂纹布置形式
Fig. 14 The arrays of pre-existing flaws subjected to uniaxial compressive loads

上述算例分别从物体连续变形的定量计算和物体破坏形态模拟两个方面都表明了 TBPB 模型的合理性和有效性。

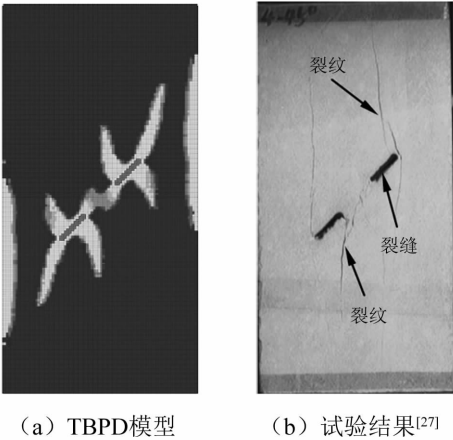


图 15 TBPB 模型模拟结果和试验结果的最终破坏形态
Fig. 15 Failure patterns of Simulation of TBPB model and experiment result

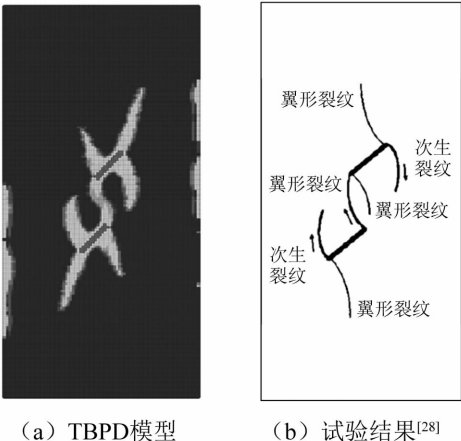


图 16 TBPB 模型模拟结果和试验结果的最终破坏形态
Fig. 16 Failure patterns of Simulation of TBPB model and experiment result

3 冲击荷载作用下平行双裂纹薄板的脆性破坏

工程中一些构件常常带裂纹工作,这些裂纹极有可能引发构件的破坏,甚至结构的失效,多裂纹间的相互影响导致破坏模式更加复杂多变,因而含双裂纹薄板的破坏过程及其影响因素颇受关注^[29]。

一边长为 50 mm 的正方形薄板,中部预制两条长度为 10 mm、间距为 5mm 的水平双裂纹,如图 17 所示。薄板弹性模量 192 GPa,质量密度 8 000 kg/m³,临界断裂能 83 kJ/m³。在薄板上、下边界分别施加 $v(t)$ 为 20 m/s、30 m/s 和 40 m/s 的速度冲击荷载,探究该薄板在不同冲击荷载条件下泊松比对双裂纹的扩展影响,泊松比选取 0.1、0.2、0.25、1/3 四种情形。计算都采用 TBPB 模型,物质点间距 $\Delta = 0.5$ mm,邻域半径 $\delta = 3.015\Delta$,计算步长取 1.3367×10^{-8} s。

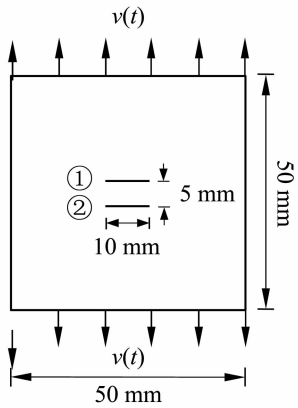


图 17 平行双裂纹薄板的裂纹布置

Fig. 17 Crack arrangement of parallel double cracked plates

3.1 冲击荷载 20 m/s 时泊松比对双裂纹板破坏的影响

如图 18 所示,冲击荷载 20 m/s 作用下,具有不同泊松比的平行双裂纹板的破坏形态基本相同,破坏过程都是自双裂纹的左右两端同时起裂,并水平延伸一定距离后,裂纹都发生了一定角度的偏转,最终贯通薄板,相关的裂纹扩展细节列于表 5 中。这表明在 20 m/s 冲击荷载条件下,泊松比的改变对脆性薄板的最终裂纹扩展路径影响不大,但对裂纹的起裂、贯通以及裂纹的贯通速度有较大影响:随着泊松比的增大,平行双裂纹的起裂时刻提前、贯通时刻延后、破坏总时间延长;裂纹发生偏转前水平延伸长度缩短,偏转角度增大,裂纹贯通速度降低。

表 5 冲击荷载 20 m/s 时不同泊松比双裂纹板的裂纹扩展情况
Tab. 5 Crack propagation of double cracked plates with different Poisson's ratios at 20 m/s impact loading

泊松比	水平延伸长度/ mm	扩展角度/ (°)	起裂时刻/ μs	贯通时刻/ μs	破坏时间/ μs	贯通速度/ (m · s ⁻¹)
0.1	10	8.2	6.46	16.55	10.09	1 982
0.2	8	9.0	6.42	16.88	10.46	1 912
0.25	6	9.5	6.38	17.56	11.18	1 788
1/3	3	9.7	6.31	19.50	13.19	1 516

3.2 冲击荷载 30 m/s 时泊松比对双裂纹板破坏的影响

如图 19 所示,冲击荷载 30 m/s 作用下,具有不同泊松比的平行双裂纹板的最终破坏形态呈现较大差异。虽然破坏过程都是自双裂纹的左右两端同时起裂,水平延伸后并发生一定角度的偏转,但泊松比为 0.1 时,主裂纹发生二次分支;泊松比为 0.2 或 0.25 时,在靠近左右边缘处双裂纹产生裂纹分叉;泊松比为 1/3 时,裂纹即将贯通左右边界时,在边界附近出现较多破坏,一些裂纹扩展细节,列于表 6 中。

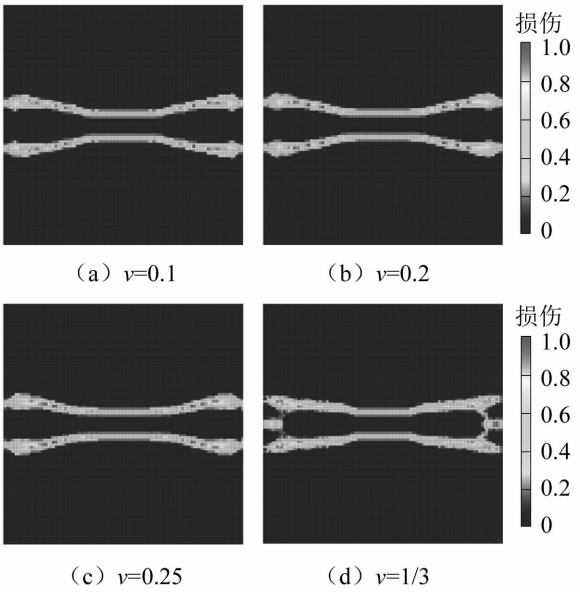


图 18 冲击荷载 20 m/s 时不同泊松比双裂纹板的破坏形态
Fig. 18 Final failure mode of double cracked plates with different Poisson's ratios at 20 m/s impact loading

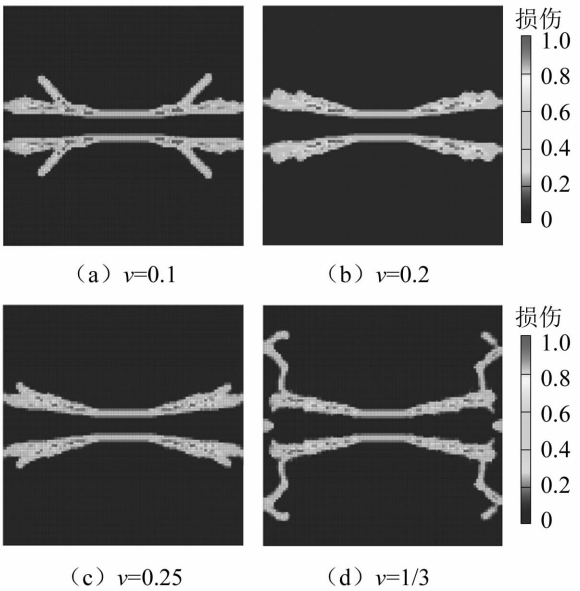


图 19 冲击荷载 30 m/s 时不同泊松比双裂纹板的破坏形态
Fig. 19 Final failure mode of double cracked plates with different Poisson's ratios at 30 m/s impact loading

由图 19 和表 6 可知,当冲击荷载为 30 m/s 时,泊松比的改变对脆性薄板的最终裂纹扩展路径产生一定的影响,且对裂纹的起裂、贯通以及裂纹的贯通速度有较大影响,其影响规律与冲击荷载为 20 m/s 时相同。

3.3 冲击荷载 40 m/s 时泊松比对双裂纹板破坏的影响

如图 20 所示,冲击荷载为 40 m/s 时,具有不同泊松比的平行双裂纹板的最终破坏形态差别较大,裂纹扩展的细节描述列于表 7 中。由图 20 可知,泊松比为 0.1 和 0.2 时,主裂纹沿着几乎平行于水平方向进行扩展,并产生较多裂纹分支,直至水平贯通薄板;泊松比

为 0.25 和 1/3 时,薄板都是在双裂纹两端同时起裂,在水平延伸一定长度后停止,同时在双裂纹的中间区域会产生中心裂纹,但泊松比为 0.25 时,该中心裂纹水平方向延伸,直至贯通薄板,泊松比为 1/3 时,该中心裂纹水平延伸约 10 mm 后分叉,形成两条夹角约的分支裂纹继续扩展直至贯通薄板。此外,由表 7 可知,随着泊松比的增大,双裂纹板的破坏影响规律与冲击荷载为 20 m/s 时相同,引起薄板起裂时刻提前、贯通时刻延迟、薄板破坏总时间增大,裂纹贯通速度降低。

表 6 冲击荷载 30 m/s 时不同泊松比双裂纹板的裂纹扩展情况

Tab. 6 Crack propagation of double cracked plates with different Poisson's ratios at 30 m/s impact loading						
泊松比	水平延伸长度/mm	扩展角度/(°)	起裂时刻/ μs	贯通时刻/ μs	破坏时间/ μs	贯通速度/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
0.1	10	5.4	5.81	13.32	7.51	2 663
0.2	6	9.3	5.77	13.74	7.97	2 509
0.25	4	11.6	5.72	14.13	8.41	2 378
1/3	3	12.4	5.67	15.33	9.66	2 070

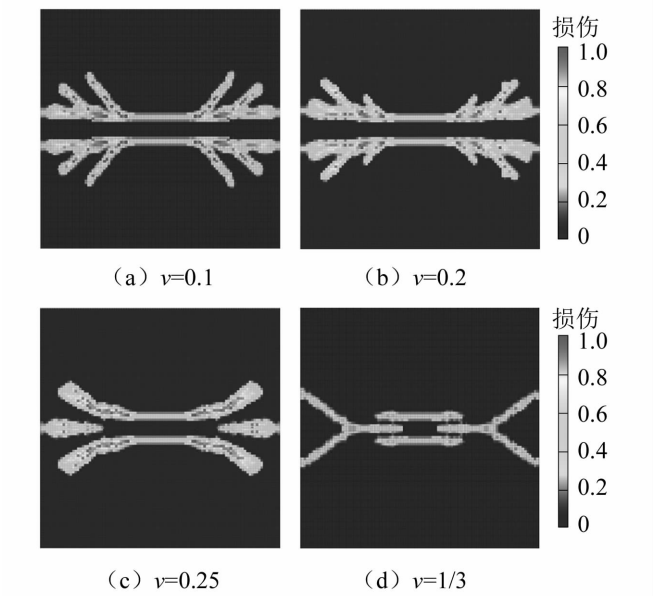


图 20 冲击荷载 40 m/s 时不同泊松比双裂纹板的破坏形态
Fig. 20 Final failure mode of double cracked plates with different Poisson's ratios at 40 m/s impact loading

表 7 冲击荷载 40 m/s 时不同泊松比双裂纹板的裂纹扩展情况

Tab. 7 Crack propagation of double cracked plates with different Poisson's ratios at 40 m/s impact loading						
泊松比	水平延伸长度/mm	扩展角度/(°)	起裂时刻/ μs	贯通时刻/ μs	破坏时间/ μs	贯通速度/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
0.1	40	3.9	5.37	11.59	6.22	3 215
0.2	20	5.1	5.35	12.12	6.77	2 954
0.25	10	16.6	5.33	12.18	6.82	2 932
1/3	7	—	5.27	12.43	7.16	2 793

图 21 展示了泊松比对平行双裂纹板承受冲击荷载作用在起裂时刻、破坏历时以及裂纹贯通速度等的影响。从中可以发现,三种不同大小的冲击荷载下,泊松比的影响规律相同:当冲击荷载一定时,随着泊松比的增加,薄板的起裂时刻提前,裂纹从萌发至最终贯通的总历时增大,裂纹贯通速度降低;当材料泊松比一定时,随着冲击荷载的增加,平行双裂纹板的起裂提前,薄板破坏总历时减小,裂纹贯通速度增大。由于脆性材料的起裂时间在一定程度上可以用来表征材料的承载能力^[29],在同样条件下,起裂越早,材料的承载能力就越低,故可认为,当仅考虑泊松比对脆性材料破坏的影响时,泊松比大的脆性材料,其抗冲击能力较泊松比小的材料要弱。

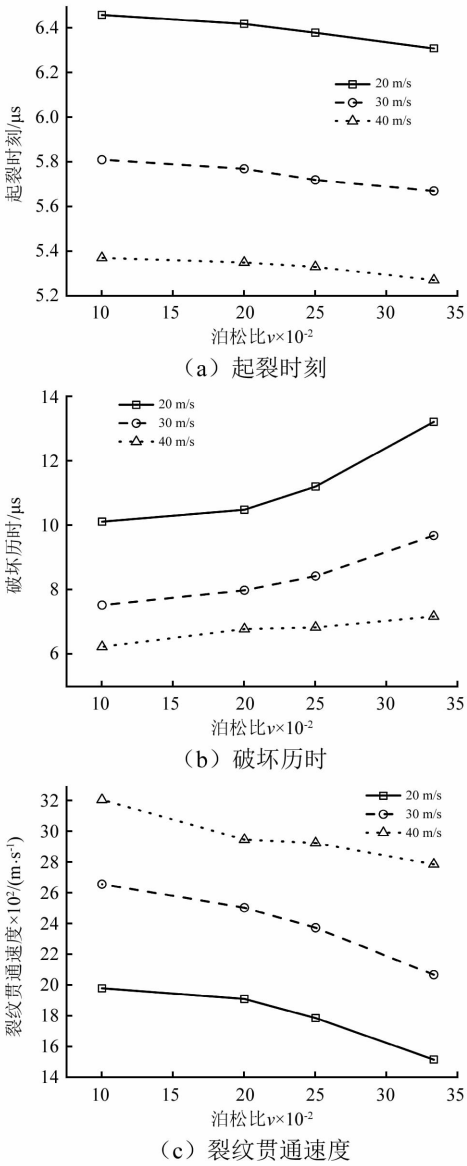


图 21 不同泊松比平行双裂纹板在冲击荷载作用下的
启裂时刻、破坏历时和裂纹贯通速度
Fig. 21 Cracking moment, failure time and crack speed of plate with different Poisson's ratio under impact loading

4 结 论

(1)在传统 BPD 的基础上,通过键内直接添加切向刚度系数,提出了一种单键双参数键基近场动力学模型。其单键特性使得它仍立足于两体相互作用,因此继承了传统 BPD 的简单性、稳定性;同时双参数特点使得它能突破了特定泊松比的限制,模拟泊松比在一定范围内的材料力学行为。通过变形的静力定量计算、冲击荷载作用下 Kalthoff-Winkler 试验等裂纹扩展过程的模拟,验证了该模型的有效性。

(2)不计刚体转动且在小变形条件下,采用均匀应变工况,一次性建立起 TBPD 模型的双参数与材料线弹性参数的转换公式,该推导方式简洁,易于理解。在特定泊松比情形下,TBPD 模型的材料参数能完全退化为传统 BPD 模型参数。

(3)泊松比的变化对冲击荷载作用下的平行双裂纹薄板的裂纹扩展有较大影响:当冲击荷载一定时,材料泊松比的增大,会使薄板裂纹的起裂提前,同时泊松比改变破坏路径致使薄板贯通延迟,裂纹的贯通速度降低,通常脆性材料以起裂时间作为材料承载能力的表征项,则在同样条件下,泊松比大的脆性材料,其抗冲击破坏能力较泊松比小的材料要差。当材料泊松比一定时,冲击荷载的增加,使得裂纹起裂时刻提前,破坏总时间减小,裂纹贯通速度增加。此外,冲击荷载的大小对薄板破坏方式产生重要影响,当冲击荷载较小时,破坏是沿着预制双裂纹,独自地扩展和贯通;当冲击荷载较大时,薄板会在预制双裂纹的中间形成一条中心裂纹,然后沿着垂直于加载方向贯通或者分叉。

参 考 文 献

- [1] 帅晓蕾. 冲击荷载作用下混凝土动力性能试验研究及有限元分析[D]. 长沙,湖南大学,2013.
- [2] 刘海峰,宁建国. 冲击荷载作用下混凝土动态本构模型的研究[J]. 工程力学,2008,25(12):135-140.
LIU Haifeng, NING Jianguo. Dynamic constitutive model of concrete subjected to impact loading [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(12): 135-140.
- [3] 谷新保,周小平,徐潇. 高速运动裂纹扩展和分叉现象的近场动力学数值模拟[J]. 应用数学和力学,2016(7):729-739.
GU Xinbao, ZHOU Xiaoping, XU Xiao. Numerical simulation of high-speed crack propagating and branching phenomena based on peridynamics [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2016(7): 729-739.
- [4] REN H, ZHUANG X, CAI Y, et al. Dual-horizon peridynamics [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2016, 108(12): 1451-1476.
- [5] SILLING S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces [J]. Journal of Mechanics Physics of Solids, 2000, 48(1): 175-209.

- [6] SILLING S A, ASKARI E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics [J]. Computers & Structures, 2005, 83(17/18): 1526-1535.
- [7] SILLING S A. Dynamic fracture modeling with a meshfree peridynamic code [J]. Computational Fluid & Solid Mechanics, 2003: 641-644.
- [8] MADENCI E, OTERKUS E. Peridynamic Theory and Its Applications[M]. Springer New York, 2014.
- [9] DEMMIE, PAUL N, FOSTER, et al. Concrete fracture and failure modeling with peridynamics [C] // Workshop on Modeling Concrete Under High Impulsive Loadings. Austin: Sandia National Lab, 2007.
- [10] 沈峰,章青,黄丹,等. 冲击荷载作用下混凝土结构破坏过程的近场动力学模拟[C] // 第20届全国结构工程学术会议. 宁波:工程力学出版社,2011.
- [11] 章青,顾鑫,郁杨天. 冲击荷载作用下颗粒材料动态力学响应的近场动力学模拟[J]. 力学学报,2016,48(1):56-63.
ZHANG Qing, GU Xin, YU Yangtian. Peridynamic simulation for dynamic response of granular materials under impact loading [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2016, 48(1): 56-63.
- [12] 顾鑫,章青,黄丹. 基于近场动力学方法的混凝土板侵彻问题研究[J]. 振动与冲击,2016,35(6):52-58.
GU Xin, ZHANG Qing, HUANG Dan. Peridynamics used in solving penetration problem of concrete slabs[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(6): 52-58.
- [13] SILLING S A, DEMMIE P N, WARREN T L. Peridynamic Simulation of High-Rate Material Failure [C] // Applied Mechanics and Materials Conference. Austin: Sandia National Lab, 2007.
- [14] GERSTLE W, SAU N, SILLING S. Peridynamic modeling of plain and reinforced concrete structures [C] // 18th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT18). Beijing: Atomic Energy Press, 2005.
- [15] SILLING S A, EPTON M, WECKNER O, et al. Peridynamic states and constitutive modeling [J]. Journal of Elasticity, 2007, 88(2): 151-184.
- [16] HAN F, LUBINEAU G, YAN A, et al. A morphing approach to couple state-based peridynamics with classical continuum mechanics [J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2016, 301: 336-358.
- [17] BIE Y H, CUI X Y, LI Z C. A coupling approach of state-based peridynamics with node-based smoothed finite element method [J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2018, 331: 675-700.
- [18] WANG Y, ZHOU X, SHOU Y. The modeling of crack propagation and coalescence in rocks under uniaxial compression using the novel conjugated bond-based peridynamics [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 128/129: 614-643.
- [19] WANG Y, ZHOU X, WANG Y, et al. A 3-D conjugated bond-pair-based peridynamic formulation for initiation and propagation of cracks in brittle solids [J]. International

Journal of Solids and Structures, 2018, 134: 89 – 115.

[20] ZHU Q, NI T. Peridynamic formulations enriched with bond rotation effects [J]. International Journal of Engineering Science, 2017, 121: 118 – 129.

[21] PRAKASH N, SEIDEL G D. A novel two – parameter linear elastic constitutive model for bond based peridynamics [C] // . 56th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Kissimmee: Curran Associates, Inc. , 2015.

[22] LIU W, HONG J W. Discretized peridynamics for linear elastic solids[J]. Computational Mechanics, 2012, 50(5) : 579 – 590.

[23] GERSTLE W, SAU N, SILLING S. Peridynamic modeling of concrete structures [J]. Nuclear Engineering & Design, 2007, 237(12/13) : 1250 – 1258.

[24] GERSTLE W, SAU N, AGUILERA E. Micropolar Peridynamic Constitutive Model for Concrete [C] // 19th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology. Toronto: Magazine of the Korea Concrete Institute, 2007.

[25] HA Y D, BOBARU F. Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics [J]. International Journal of Fracture, 2010, 162(1/2) : 229 – 244.

[26] WINKLER S. Failure mode transition at high rates of shear loading, DGM Informationsgesellschaft mbH, in: Impact loading and dynamic behavior of materials [J]. Impact Loading and Dynamic Behavior of Materials, 1988: 185 – 195.

[27] YANG S Q. Crack coalescence behavior of brittle sandstone samples containing two coplanar fissures in the process of deformation failure [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2011, 78(17) : 3059 – 3081.

[28] SHEN B, STEPHANSSON O, EINSTEIN HH, et al. Coalescence of fractures under shear stresses in experiments [J]. Journal of Geophysical Research, 1995, 100 (B4) : 5975 – 5990.

[29] 牛彦泽,徐业鹏,黄丹. 双轴动载作用下脆性裂纹扩展问题的近场动力学建模与分析[J]. 工程力学, 2018(10) : 249 – 256.

NIU Yanze, XU Yepeng, HUANG Dan. Peridynamic modelling and analysis for crack propagation in brittle materials subjected to biaxial dynamic load[J]. Engineering Mechanics, 2018(10) : 249 – 256.



(上接第 196 页)

[19] YANG Y, PENG Z, ZHANG W, et al. Parameterised time-frequency analysis methods and their engineering applications; A review of recent advances[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 119: 182 – 221.

[20] CHEN S, DU M, PENG Z, et al. Fault diagnosis of planetary gearbox under variable-speed conditions using an improved adaptive chirp mode decomposition[J]. Journal of Sound and Vibration, 2019: 115065.

[21] CHEN S, DONG X, XING G, et al, Separation of overlapped non-stationary signals by ridge path regrouping and intrinsic chirp component decomposition[J]. IEEE Sensors Journal, 2017(17) : 5994 – 6005.

[22] CHEN S, PENG Z, YANG Y, et al, Intrinsic chirp component decomposition by using Fourier Series representation [J]. Signal Processing, 2017, 137: 319 – 327.

[23] HUANG H, BADDOUR N, LIANG M. Bearing fault diagnosis under unknown time-varying rotational speed conditions via multiple time-frequency curve extraction[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 414: 43 – 60.

[24] 马增强,柳晓云,张俊甲,等. VMD 和 ICA 联合降噪方法在轴承故障诊断中的应用[J]. 振动与冲击, 2017, 36(13) : 201 – 207.

MA Zengqiang, LIU Xiaoyun, ZHANG Junjia, et al. Application of VMD and ICA joint noise reduction method in bearing fault diagnosis[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(13) : 201 – 207.