

# 压电式二维微定位平台的率相关迟滞建模

胡俊峰, 何建康, 杨明立

(江西理工大学 机电工程学院, 江西 赣州 341000)

**摘要:** 为了描述压电式多维微定位平台的率相关迟滞非线性特性, 提出了一种基于 Hammerstein 模型的建模方法。以一种二维微定位平台为对象, 平台动态模型是由静态迟滞非线性部分和一个线性动态系统部分串联组成。静态非线性部分由改进的 Prandtl-Ishlinskii 模型描述, 线性动态系统部分由外因输入自回归模型 (ARX) 模型描述, 并给出了模型参数辨识方法。为了验证所建立的 Hammerstein 模型有效性, 搭建了实验平台进行实验验证。实验结果表明, 对平台施加不同频率电压信号, 由 Hammerstein 模型得到的预测位移和实测位移相对误差范围为 1%~5%, 预测位移与实测位移接近, 说明所建立的模型能精确描述微定位平台的率相关迟滞特性。

**关键词:** 压电陶瓷驱动器; Hammerstein 模型; 微定位平台; 率相关迟滞特性

**中图分类号:** TH703; TN384

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.13465/j.cnki.jvs.2020.06.015

## Rate-dependent modeling of a piezoelectric two-dimensional micro positioning stage

HU Junfeng, HE Jiankang, YANG Mingli

(School of Mechanical & Electrical Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China)

**Abstract:** In order to describe the rate-dependent hysteresis nonlinearity of piezoelectric multi-dimensional micro-positioning stages, a modeling method was proposed based on the Hammerstein model. The dynamic model of a two-dimensional micro-positioning stage was composed of a static hysteretic nonlinear part and a linear dynamic system in series. The static nonlinear part was described by an modified Prandtl-Ishlinskii model (MPI), and the linear dynamic system was described by the autoregressive model with exogenous input (ARX). The model parameter identification method was also given out. In order to verify the validity of the Hammerstein model, an experimental platform was set up for experimental verification. The experimental results show that the relative errors between the predicted displacements derived by the Hammerstein model and measured displacements is 1%—5% by applying different frequency voltage signals to the stage. The predicted displacements are close to the measured displacements, which shows that the presented model can accurately describe the rate-dependent hysteresis characteristics of the micro-positioning stage.

**Key words:** piezoelectric actuator; hammerstein model; micro-positioning stage; rate-dependent hysteresis

目前, 压电式多维微定位平台能于纳米级精度进行多维运动操作, 在微机械操作、医疗机械、超精密加工、航空航天等前沿领域发挥着越来越重要的作用<sup>[1-3]</sup>。压电式微定位平台是由柔顺机构和压电陶瓷驱动器组成, 柔顺机构是利用柔性铰链的弹性变形传递运动和力, 压电驱动器具有纳米级分辨率、响应速度

快、驱动力大等优点<sup>[4]</sup>, 使得压电式微定位平台具有精度高、响应快等优点。但是, 由于压电陶瓷驱动器存在所固有的率相关迟滞非线性<sup>[5]</sup>, 使得微定位平台重复定位精度降低, 影响了平台的运动精度, 同时多维微定位平台还存在耦合。因此, 需要建立能准确描述多维微定位平台所具有的率相关迟滞特性的模型, 以便实现精确控制。

为了减少甚至消除压电陶瓷驱动器率相关迟滞非线性对微定位平台的影响, 国内外学者提出了多种描述该特性的理论模型, 如 Preisach 模型、Duhem 模型、Bouc-Wen 模型和 Prandtl-Ishlinskii (PI) 模型等。Habineza 等<sup>[6]</sup>基于 Bouc-Wen 模型设计出一种多值迟滞补偿器, 避免参数的额外计算; Jiaqiang 等<sup>[7]</sup>提出一种基于 Preisach 模型和模糊最小二乘支持向量机的迟滞建模

基金项目: 国家自然科学基金 (51565016; 51865016); 江西省杰出青年人才资助计划项目 (20171BCB23063); 江西省自然科学基金 (20171BAB206029); 江西省教育厅科学技术研究项目 (GJJ160612); 江西理工大学清江青年英才支持计划资助 (JxusTQJ13J2018006)

收稿日期: 2018-09-19 修改稿收到日期: 2018-12-11

第一作者 胡俊峰 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 1978 年生

通信作者 杨明立 男, 硕士生, 1990 年生

方法,有效的消除了迟滞现象;Lin 等<sup>[8]</sup>在粒子群优化 Duhem 模型参数的基础上,提出了具有交叉项的 Duhem 模型,减少了二维平台输出方向的耦合效应;崔玉国等<sup>[9]</sup>采用多项式函数拟合方法得到 PI 模型的参数,保证该模型的精度;武毅男等<sup>[10]</sup>提出的基于 Preisach 模型深度学习网络迟滞建模,利用该方法可以提高迟滞模型的泛化能力等。其中 PI 模型是 Preisach 模型的一个分支,具有结构简单、参数少、计算过程简单和存在逆模型等优点,越来越广泛应用于描述迟滞非线性特性。但由于 PI 模型所描述的迟滞非线性具有对称性,无法准确描述非对称迟滞现象,提出了在 PI 模型基础上改进的 Prandtl-Ishlinskii (Modified Prandtl-Ishlinskii, MPI)模型<sup>[11]</sup>,解决了非对称迟滞问题。但是, MPI 模型是一种静态迟滞模型,不能描述率相关迟滞特性。Hammerstein 模型是一种基于模块结构的非线性模型,是由静态非线性部分和线性动态部分串联而成的,能够描述具有有迟滞效应的动态特性,能用于建立微定位平台的动态模型<sup>[12-13]</sup>。

本文以一种二维微定位平台为对象,采用基于 Hammerstein 模型建立微定位平台的率相关迟滞模型,其静态迟滞非线性部分采用 MPI 模型表示,动态线性部分采用外因输入的自回归模型 (Autoregressive Model with Exogenous Input, ARX) 表示。同时,搭建实验平台进行实验验证分析,以说明所提出建模方法的有效性。

### 1 微定位平台的率相关迟滞模型

以图 1 所示的二维微定位平台为对象,该平台由压电陶瓷驱动器、杠杆结构、导向结构和工作平台组成。为了提高微定位平台的运动行程,采用杠杆结构将压电陶瓷驱动器驱动端的输入位移进行放大,将杠杆结构的输出位移经导向机构传递给工作平台。杠杆结构由三个直圆形柔性铰链和杆件组成,采用双复合平行四杆柔性结构作为平台的导向结构,提高了微定位平台的运动精度。双复合平行四杆柔性机构是由对称布置的两个平行四杆柔性机构并联组成。

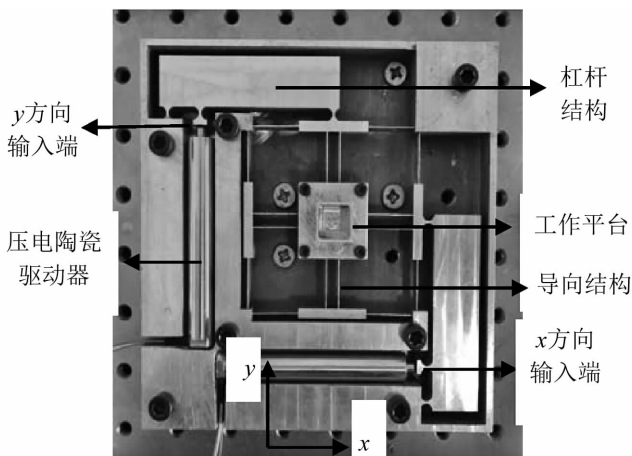


图 1 压电式二维微定位平台

Fig. 1 Piezoelectric two-dimensional micro-positioning stage

为了说明微定位平台存在率相关迟滞非线性问题,对压电陶瓷驱动器施加幅值范围为 0 ~ 100 V,频率分别为 1 Hz, 8 Hz 和 10 Hz 的三角波电压信号,平台的输入电压与输出位移的关系如图 2 所示。由图 2 可知,对应不同的频率电压信号会出现不同的迟滞环,也就是说,微定位平台的迟滞现象具有率相关性。为了建立能描述具有率相关迟滞非线性特性的微定位平台模型,采用 Hammerstein 模型进行建模。如图 3 所示,基于 Hammerstein 模型的微定位平台模型是由静态迟滞非线性部分和一个线性动态系统部分串联组成,其中 Hammerstein 模型的静态非线性函数部分由 MPI 模型表示,线性动态系统部分由 ARX 模型表示。将 MPI 模型和 ARX 模型串联组成微定位平台的 Hammerstein 模型,可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{V}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{d}(t) = \mathbf{G} \cdot \mathbf{V}(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{u}(t)$  为输入电压;  $\mathbf{f}(\cdot)$  为 MPI 模型;  $\mathbf{V}(t)$  为静态迟滞非线性部分的输出;  $\mathbf{G}$  为 ARX 模型;  $\mathbf{d}(t)$  为平台的输出位移。由式(1)可知,要建立微定位平台的 Hammerstein 模型,需分别建立平台的 MPI 模型和 ARX 模型。

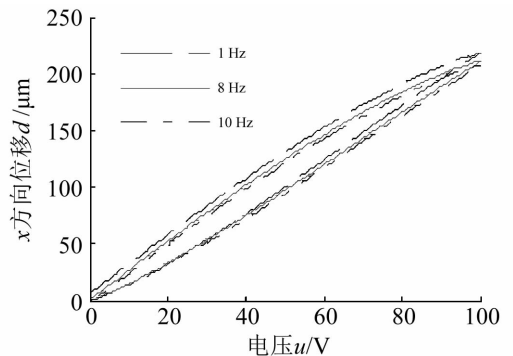


图 2 微定位平台沿 x 方向的率相关迟滞现象

Fig. 2 Rate-dependent hysteresis of micro-positioning stage in x direction

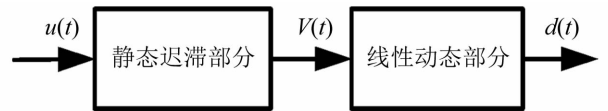


图 3 微定位平台的 Hammerstein 模型

Fig. 3 Hammerstein model of micro-positioning stage

## 2 建立平台的 Hammerstein 模型

### 2.1 MPI 模型

微定位平台的静态迟滞特性采用 MPI 模型描述, MPI 模型是在 PI 模型基础上串联不同阈值的单边死区算子, PI 模型通过有限个具有不同阈值的 Play 算子的加权叠加来描述迟滞非线性。Play 算子是 PI 模型的基本单元, Play 算子描述如图 4 所示,分为两种情况,第一种情况是当平台输入电压为单调递增时的输出位

移,如图4中带箭头的实线所示,即当电压由A点~B点时平台的输出位移可表示为

$$\begin{cases} \text{当 } u(k-1) \leq u(k) < u(k-1) + r_h \text{ 时,} \\ y(k) = y(k-1) \\ \text{当 } u(k-1) + r_h \leq u(k) \text{ 时,} \\ y(k) = y(k-1) + \omega_h [u(k) - [u(k-1) + r_h]] \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $u(k-1)$ ,  $y(k-1)$  为  $k-1$  时刻的输入电压和输出位移;  $u(k)$ ,  $y(k)$  为  $k$  时刻的输入电压和输出位移;  $r_h$  为 Play 算子的阈值;  $\omega_h$  为 Play 算子的权值。

第二种情况是表示当平台输入电压为单调递减时的输出位移,如图4中带箭头的虚线所示,即当电压由A点~C点时平台的输出位移可表示为

$$\begin{cases} \text{当 } u(k-1) - r_h < u(k) \leq u(k-1) \text{ 时,} \\ y(k) = y(k-1) \\ \text{当 } u(k) \leq u(k-1) - r_h \text{ 时,} \\ y(k) = y(k-1) - \omega_h [u(k-1) - r_h - u(k)] \end{cases} \quad (3)$$

联合式(2)和式(3)可得 Play 算子递归形式的表达式为

$$y(k) = \omega_h \cdot \max \{ u(k) - r_h, \min \{ u(k) + r_h, y(k-1) \} \} \quad (4)$$

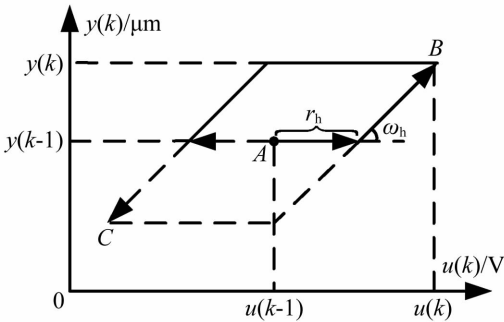


图4 Play算子

Fig. 4 Play operator

设描述平台静态迟滞特性为  $n$  个 Play 算子进行叠加得到微定位平台的 PI 迟滞模型,由式(4)可得 PI 模型的数学表达式为

$$Y(k) = \sum_{i=0}^{n-1} y_i(k) = \sum_{i=0}^{n-1} \omega_{hi} \cdot \max \{ u(k) - r_{hi}, \min \{ u(k) + r_{hi}, y_i(k-1) \} \} \quad (5)$$

式中:  $Y(k)$  为平台在  $k$  时刻的由 PI 模型的输出;  $r_{hi}$ ,  $\omega_{hi}$  分别为各 Play 算子所相应的阈值和权值。

由于 PI 模型仅能描述具有对称的迟滞环,为了准确描述微定位平台非对称迟滞环,在 PI 模型的基础上串联具有不同阈值的单边死区算子进行加权叠加,以得到平台的 MPI 模型。单边死区算子如图5所示,分为两种情况,第一情况是当  $Y(k)$  上升时,单边死区算子输出为

$$\begin{cases} \text{当 } 0 \leq Y(k) < r_s \text{ 时, } v(k) = 0 \\ \text{当 } r_s \leq Y(k) \text{ 时, } v(k) = \omega_s \cdot (Y(k) - r_s) \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $v(k)$  为单边死区算子的输出;  $r_s$ ,  $\omega_s$  分别为单边死区算子的阈值和权值。

第二情况是当  $Y(k)$  下降时,单边死区算子输出为

$$v(k) = \omega_s \cdot (Y(k) - r_s) \quad (7)$$

联合式(6)和式(7)可得单边死区算子的输出为

$$v(k) = \omega_s \cdot \max \{ Y(k) - r_s, 0 \} \quad (8)$$

设有  $l$  个单边死区算子用于建立平台的 MPI 迟滞模型,则 MPI 模型可表示为

$$V(k) = \sum_{j=0}^{l-1} v_j(k) = \sum_{j=0}^{l-1} \omega_{sj} \cdot \max \{ Y(k) - r_{sj}, 0 \} \quad (9)$$

式中:  $V(k)$  为 MPI 模型的输出;  $r_{sj}$ ,  $\omega_{sj}$  分别为各单边死区算子所相应的阈值和权值。

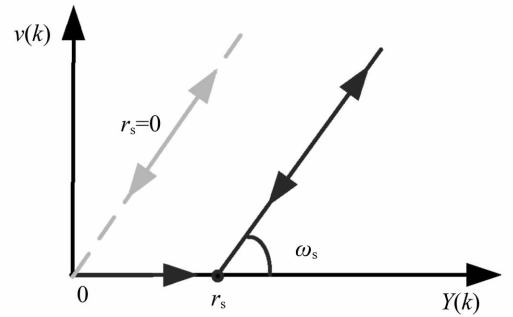


图5 单边死区算子

Fig. 5 One-sided dead-zone operator

下面通过一实例说明如何使用 MPI 模型描述迟滞环,设迟滞环如图6所示,将该迟滞环划分为电压系列为 0-40-80-120-80-40-0 V,采用 Play 算子和单边死区算子可分别计算该电压系列所对应的输出位移,即可描述该迟滞环。设选取 Play 算子的个数  $n$  为 4,所对应 Play 算子的阈值和权值分别为  $r_{hi}$  和  $\omega_{hi}$  ( $i=0,1,2,3$ ),单边死区算子的个数  $l$  为 3,所对应单边死区算子的阈值和权值分别为  $r_{si}$  和  $\omega_{si}$  ( $j=0,1,2$ )。以当电压由 0 V 上升至 40 V 为例说明采用 Play 算子和单边死区算子计算当电压为 40 V 时的输出位移,其步骤为:

**步骤1** 由式(4)可得各 Play 算子为

$$\begin{aligned} y_0(1) &= \omega_{h0} \cdot \max \{ 40 - r_{h0}, \min \{ 40 + r_{h0}, y_0(0) \} \} \\ y_1(1) &= \omega_{h1} \cdot \max \{ 40 - r_{h1}, \min \{ 40 + r_{h1}, y_1(0) \} \} \\ y_2(1) &= \omega_{h2} \cdot \max \{ 40 - r_{h2}, \min \{ 40 + r_{h2}, y_2(0) \} \} \\ y_3(1) &= \omega_{h3} \cdot \max \{ 40 - r_{h3}, \min \{ 40 + r_{h3}, y_3(0) \} \} \end{aligned} \quad (10)$$

**步骤2** 根据式(5)将各 Play 算子进行叠加得到 PI 模型的输出

$$Y(1) = y_0(1) + y_1(1) + y_2(1) + y_3(1) \quad (11)$$

**步骤3** 将 PI 模型的输出  $Y(1)$  作为单边死区算子的输入,由式(8)计算各单边死区算子的输出

$$\begin{aligned} v_0(1) &= \omega_{s0} \cdot \max \{ Y(1) - r_{s0}, 0 \} \\ v_1(1) &= \omega_{s1} \cdot \max \{ Y(1) - r_{s1}, 0 \} \\ v_2(1) &= \omega_{s2} \cdot \max \{ Y(1) - r_{s2}, 0 \} \end{aligned} \quad (12)$$

**步骤4** 由式(9)可得 MPI 迟滞模型的输出

$$V(1) = v_0(1) + v_1(1) + v_2(1) \quad (13)$$

由式(13)就可得到对应由当电压由 0 V 上升至 40 V 时的输出位移。同理,其他的电压系列对应的位移可按上述方式得到,即可得到如图 6 所示的迟滞环。

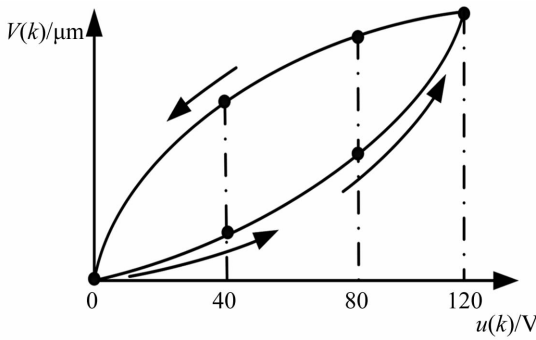


图 6 迟滞环实例

Fig. 6 An example of hysteresis loop

### 2.2 MPI 模型的参数确定

由式(5)和式(9)可知,为了建立平台的 MPI 模型,需要分别确定 Play 算子的个数  $n$ 、阈值  $r_{hi}$  和权值  $\omega_{hi}$ , 单边死区算子的个数  $l$ 、阈值  $r_{si}$  和权值  $\omega_{si}$ 。要确定各参数,需要根据实验样本点获得。设  $N$  个样本点  $\{u(k), \hat{d}(k)\} k=0, 1, \dots, N-1$ , 其中:  $u(k)$  为输入电压;  $\hat{d}(k)$  为所对应的输出位移。

由文献[14]可知,各 Play 算子阈值  $r_{hi}$  为

$$r_{hi} = \frac{i}{n} \max\{|u(k)|\}, i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (14)$$

Play 算子权值  $\omega_{hi}$ 、单边死区算子阈值  $r_{si}$  和权值  $\omega_{si}$  可根据由如式(15)表示的差值最小得到。

$$e(k) = \sum_{k=0}^{N-1} (\omega_h \omega_s^{-1}) \begin{pmatrix} y_{r_h}(k) \\ -v_{r_s^{-1}}(k) \end{pmatrix} \quad (15)$$

其中,

$$v_{r_s^{-1}} = \begin{pmatrix} \max\{\hat{d}(k) - r_{s_0}^{-1}, 0\} \\ \vdots \\ \max\{\hat{d}(k) - r_{s_l}^{-1}, 0\} \end{pmatrix};$$

$$y_{r_h} = \begin{pmatrix} \max\{u(k) - r_{h_0}, \min\{u(k) + r_{h_0}, y(k-1)\}\} \\ \vdots \\ \max\{u(k) - r_{h_{n-1}}, \min\{u(k) + r_{h_{n-1}}, y(k-1)\}\} \end{pmatrix};$$

$$\begin{cases} r_{s_j}^{-1} = \left( \left( j - \frac{1}{2} \right) / l \right) \max_{0 \leq k \leq N-1} \{\hat{d}(k)\} j = 1 \dots l \\ r_{s_0}^{-1} = r_{s_0} = 0 \end{cases};$$

$$\omega_s^{-1} = [\omega_{s_0}^{-1}, \omega_{s_1}^{-1}, \dots, \omega_{s_{l-1}}^{-1}];$$

$$\omega_h = [\omega_{h_0}, \omega_{h_1}, \dots, \omega_{h_{n-1}}].$$

为了获得  $\omega_h$  和  $\omega_s^{-1}$ , 将式(15)转换为如下优化问题

$$\min \| e(k) \|_2^2 = \min \left\{ (\omega_h \omega_s^{-1}) \right.$$

$$\left. \sum_{k=0}^{N-1} \left( \begin{pmatrix} y_{r_h}(k) \\ -v_{r_s^{-1}}(k) \end{pmatrix} \right)^T \left( \begin{pmatrix} \omega_h \\ \omega_s^{-1} \end{pmatrix} \right) \right\}$$

$$\text{s. t. } \begin{bmatrix} U_h & O \\ O & U_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_h \\ \omega_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_h \\ u_s \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中,

$$U_s = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & \dots & -1 \end{bmatrix}; u_s = \begin{bmatrix} -\varepsilon \\ -\varepsilon \\ \vdots \\ -\varepsilon \end{bmatrix};$$

$$U_h = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots & \\ \vdots & \dots & \dots & -1 & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & -1 \end{bmatrix}; u_h = \begin{bmatrix} -\varepsilon \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

式(16)所表示的优化问题为二次规划问题,采用内点法可解出  $\omega_h$  和  $\omega_s^{-1}$ 。

根据单边死区算子的阈值向量  $r_s^{-1}$  和权值向量  $\omega_s^{-1}$  可得阈值向量  $r_s$  和权值向量  $\omega_s$ , 其表达式为

$$r_{s_0} = r_{s_0}^{-1} = 0, \omega_{s_0} = \frac{1}{\omega_{s_0}^{-1}}$$

$$r_{s_j} = \frac{r_{s_j}^{-1} + \sum_{k=0}^{j-1} \omega_s r_{s_k}}{\sum_{k=0}^{j-1} \omega_s}, j = 0 \dots l$$

$$\omega_{s_j} = - \frac{\omega_{s_j}^{-1} \left( \omega_{s_0} + \sum_{i=1}^{j-1} \omega_{s_i} \right)^2}{1 + \omega_{s_j}^{-1} \left( \omega_{s_0} + \sum_{i=1}^{j-1} \omega_{s_i} \right)}, j = 1 \dots l \quad (17)$$

### 2.3 ARX 模型

在 Hammerstein 模型中,采用 ARX 模型<sup>[15]</sup> 表示微定位平台线性动态部分。由于微定位平台相当于为质量-弹簧-阻尼系统表示,该平台可视为二阶系统,其 ARX 模型可表示为

$$\hat{d}(k) + A\hat{d}(k-1) = B V(k-1) + \varepsilon(k) \quad (18)$$

式中:  $V(k) = [V_x(k) \ V_y(k)]^T$ ,  $V_x(k)$ ,  $V_y(k)$  分别为平台沿  $x$  和  $y$  方向的 MPI 迟滞模型的输出;  $\hat{d}(k) = [\hat{d}_x(k) \ \hat{d}_y(k)]^T$ ,  $\hat{d}_x(k)$ ,  $\hat{d}_y(k)$  分别为微定位平台在动态信号作用下的输出位移;  $\varepsilon(k)$  为误差项;  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$  分别为参数矩阵。

由式(18)可得

$$\hat{d}(k) = -A\hat{d}(k-1) + B V(k-1) + \varepsilon(k) \quad (19)$$

式(19)可写成如下矩阵形式

$$\hat{d}(k) = \Psi(k) \Phi + \varepsilon(k) \quad (20)$$

式中:  $\Psi(k) = [-\hat{d}(k-1), V(k-1)]$ ;  $\Phi = [A, B]^T$ 。

参数矩阵  $\Phi$  可采用最小二乘法进行辨识得到

$$\Phi = \frac{\sum_{k=0}^{m-1} d(k)}{\sum_{k=0}^{m-1} \Psi^2(k)} \quad (21)$$

式中,  $m$  为样本点个数。

引入后移算子  $q^{-1}$ , 并定义

$$q^{-1}\hat{d}(k) = \hat{d}(k-1) \quad (22)$$

则式(18)可整理为

$$A(q^{-1})\hat{d}(k) = B(q^{-1})V(k-1) + \varepsilon(k) \quad (23)$$

式中:  $A(q^{-1}) = I + Aq^{-1}$ ;  $B(q^{-1}) = Bq^{-1}$ 。

对式(23)进行  $z$  变换可得描述微定位平台线性动态部分的传递函数

$$G(z) = \begin{bmatrix} G_{11}(z) & G_{12}(z) \\ G_{21}(z) & G_{22}(z) \end{bmatrix} \quad (24)$$

### 3 实验验证

#### 3.1 实验配置

实验配置如图7所示,由工控机、D/A卡、驱动电源、压电陶瓷驱动器、二维微定位平台、位移传感器和信号调理器等组成。D/A卡是NI公司生产的PCI-6713系列,芯明天公司生产的XE-501驱动电源,压电陶瓷驱动器PSt150/7/80VS12,位移传感器由PI公司生产的D-E-20.200。为了获得实验样本点,电压信号通过D/A卡输出,传输到XE-501的驱动电源将其电压放大作为微定位平台的驱动电压,通过位移传感器测量平台所对应的输出位移,由信号调理器传送到工控机,使用软件LabVIEW采集数据。

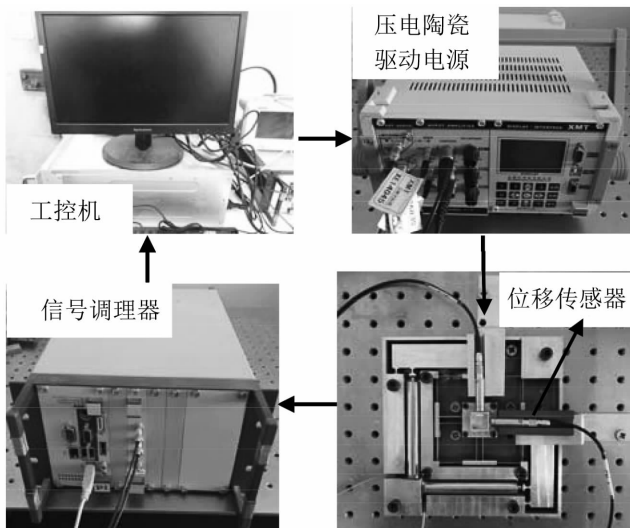


图7 实验配置

Fig. 7 Experimental setup

#### 3.2 平台率迟滞模型

为了说明采用MPI模型能准确建立描述微定位平

台的迟滞非线性特性,分别对微定位平台单独施加沿  $x$  方向和  $y$  方向输入电压范围为  $0 \sim 120$  V, 频率  $0.1$  Hz, 振幅以每周期  $10$  V 衰减的三角波电压, 采样频率  $100$  Hz, 采样时间为  $65$  s, 分别测出所对应的沿  $x$  方向和  $y$  方向的输出位移。微定位平台沿  $x$  方向和  $y$  方向的输入电压与输出位移分别如图8和图9所示。根据图8和图9所示的样本点,由式、式可得如表1所示的MPI模型参数。根据该参数可计算出沿  $x$  方向和  $y$  方向各三角波电压所对应的迟滞环和实测位移如图10(a)和图10(b)所示,由图10(a)和图10(b)可知,由MPI模型得到的输出位移与实测位移接近,说明所提出的MPI模型能精确描述微定位平台的静态迟滞特性。

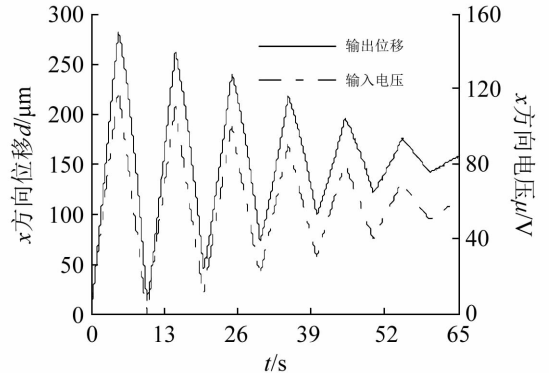


图8 沿  $x$  方向输入电压和输出位移

Fig. 8 Input voltage and output displacement in  $x$  direction

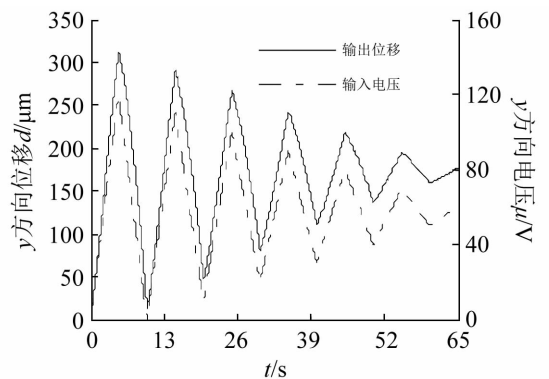


图9  $y$  方向输入电压和输出位移

Fig. 9 Input voltage and output displacement in  $y$  direction

为了确定ARX模型的参数,同时在  $x$  方向和  $y$  方向输入端施加幅值范围为  $0 \sim 100$  V, 频率依次为  $1$  Hz,  $2$  Hz,  $5$  Hz,  $8$  Hz 和  $10$  Hz 的振幅逐渐衰减三角波信号, 采样频率为  $1000$  Hz, 采样时间  $3.85$  s, 分别测量得到沿  $x$  方向和  $y$  方向的输出位移  $\hat{d}(k)$ 。同时,根据该三角波电压信号得到微定位平台的迟滞模型的输出  $V(k)$ 。将  $V(k)$  作为ARX模型的输入,实测输出位移  $\hat{d}(t)$  作为ARX模型的输出,由式(21)得出参数矩阵  $A$  和  $B$ , 通过  $z$  变换,得到离散型的传递函数为

表 1 MPI 迟滞模型参数

Tab. 1 Parameters of MPI hysteresis model for piezoelectric platform

<i>i</i>	<i>x</i> 方向				<i>y</i> 方向			
	$r_h$	$\omega_h$	$r_s$	$\omega_s$	$r_h$	$\omega_h$	$r_s$	$\omega_s$
1	0	0.153 445	0	8.157 312	0	0.170 151	0	7.460 08
2	7.5	0.050 167	2.874 323	1.842 689	7.5	0.063 72	2.992 183	2.539 92
3	15.0	0.019 706	7.034 025		15.0	0.023 166	6.696 579	
4	22.5	0.019 592	11.723 38	-0.180 106	22.5	0.021 501	11.160 96	-0.166 97
5	30.0	0.015 962	16.713 75	-0.629 027	30.0	0.016 764	15.890 68	-0.381 22
6	37.5	0.016 854	22.959 83	-0.957 449	37.5	0.017 4	21.254 91	-0.901 42
7	45.0	0	31.325 29	-0.408 058	45.0	0	28.716 97	-0.656 09
8	52.5	0			52.5	0	36.758 85	-0.447 27
9	60.0	0			60.0	0		
10	67.5	0			67.5	0		
11	75.0	0			75.0	0		
12	82.5	0			82.5	0		
13	90.0	0			90.0	0		
14	97.5	0			97.5	0		
15	105.0	0			105.0	0		
16	112.5	0.005 991			112.5	0.020 947		

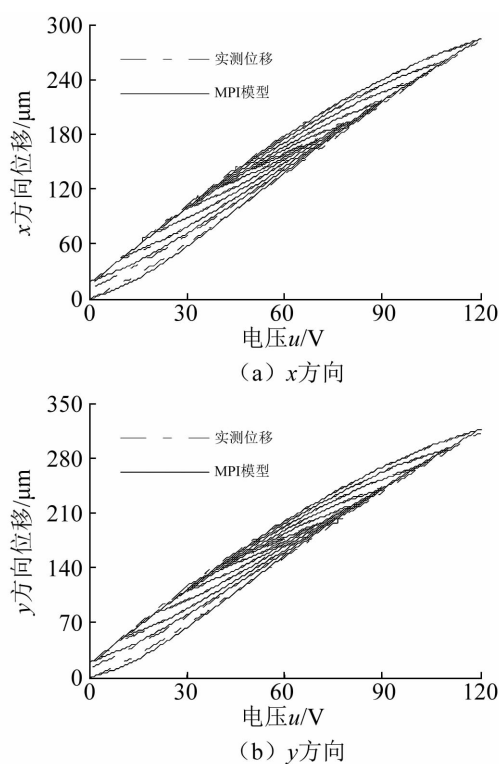


图 10 由 MPI 模型得到预测位移和实测位移  
Fig. 10 The predicted displacements from the MPI model and measured displacements

$$G(z) = \frac{1}{z^2 - 1.879z + 0.8794} \cdot \left( \begin{bmatrix} 0.1955 & -0.07363 \\ 0.1837 & -0.06655 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0.194 & 0.07261 \\ -0.1828 & 0.06604 \end{bmatrix} \right) \quad (25)$$

式(25)可转换成如下传递函数

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 128.4s + 530.1}$$

$$\left( \begin{bmatrix} -0.1036 & 0.03891 \\ -0.09751 & 0.03528 \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} 206.5 & -77.27 \\ 194.5 & -70.29 \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} 1581 & -1090 \\ 1053 & -540.3 \end{bmatrix} \right) \quad (26)$$

将 MPI 模型表示的迟滞非线性部分和 ARX 模型表示的线性动态部分串联可得到表示微定位平台的率相关迟滞非线性特性的 Hammerstein 模型,由 Hammerstein 模型得到沿 *x* 方向和 *y* 方向的输出位移和实测位移分别如图 11(a) 和图 11(b) 所示。由图 11 可知,由 Hammerstein 模型得到的输出位移与实测位移接近,说明所提出的 Hammerstein 模型能精确描述微定位平台的率相关迟滞非线性特性。

为了说明 Hammerstein 模型比 MPI 模型更准确描述微定位平台的率相关迟滞非线性特性。对平台同时沿 *x* 方向施加幅值为 95 V、频率为 6 Hz 的三角波输入电压信号,沿 *y* 方向施加幅值为 85 V、频率为 6 Hz 的三角波输入电压信号,测得所对应的实际输出位移。分别采用 Hammerstein 模型和 MPI 模型得到对应该输入电压信号的输出位移如图 12 所示, Hammerstein 模型得到的输出位移较 MPI 模型得到的输出位移更接近实际输出位移。图 13 表示 Hammerstein 模型与 MPI 模型的位移相对误差,由图 13 可知, Hammerstein 模型得到的预测位移和实测位移的相对误差范围为 1% ~ 5%,在迟滞环上升阶段, Hammerstein 模型较 MPI 模型的相对误差降低了 3% ~ 8%,在迟滞环下降阶段,相对误差降低了 2% ~ 9%,进一步说明 Hammerstein 模型能够更好地描述微定位平台在不同频率时的迟滞现象。

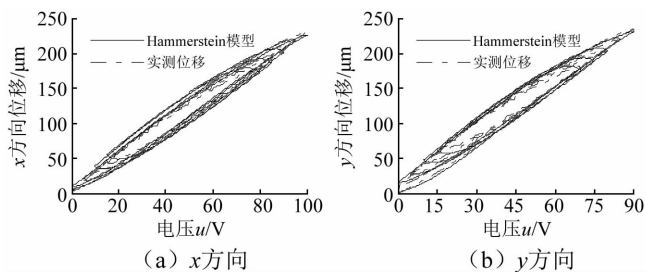


图 11 由 Hammerstein 模型得到预测位移和实测位移

Fig. 11 The predicted displacements from the Hammerstein model and measured displacements

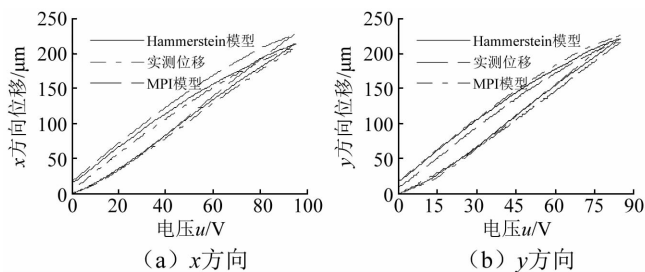


图 12 Hammerstein 模型与 MPI 模型比较

Fig. 12 Comparison between Hammerstein and MPI model

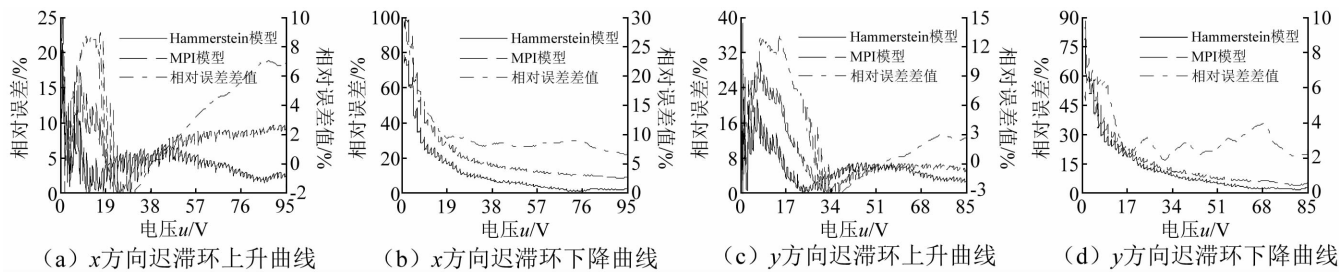


图 13 Hammerstein 模型与 MPI 模型的位移相对误差

Fig. 13 The displacement relative error of Hammerstein and MPI model

## 4 结论

为了精确描述压电式多维微定位平台呈现复杂的率相关迟滞非线性特性,提出一种基于 Hammerstein 模型建立平台的非线性动态模型,该模型由反映平台静态迟滞非线性的 MPI 模型和反映平台线性动态特性的 ARX 模型串联组成。以一种二维微定位平台为对象进行实验验证分析,分析结果表明,Hammerstein 模型得到的预测位移和实测位移的相对误差范围为 1% ~ 5%,在迟滞环上升阶段,Hammerstein 模型较 MPI 模型的相对误差降低了 3% ~ 8%,在迟滞环下降阶段,相对误差降低了 2% ~ 9%,说明 Hammerstein 模型建立的率相关迟滞模型能精确描述微定位平台动态特性。

### 参考文献

- [1] YUE Y, GAO F, ZHAO X C, et al. Relationship among input-force, payload, stiffness and displacement of a 3DOF perpendicular parallel micro-manipulator [J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(5): 756-771.
- [2] XIAO S L, LI Y M. Modeling and high dynamic compensating the rate-dependent hysteresis of piezoelectric actuators via a novel modified inverse Preisach model [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(5): 1549-1557.
- [3] 胡俊峰, 杨展宏, 徐贵阳. 基于响应面法的微操作平台可靠性稳健设计 [J]. 振动与冲击, 2017, 36(15): 245-252.  
HU Junfeng, YANG Zhanhong, XU Guiyang. Reliability-based robust design of a micro-manipulation Stage with response surface method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(15): 245-252.
- [4] 胡俊峰, 杨展宏. 尺蠖式直线微驱动器的设计 [J]. 光学

精密工程, 2017, 26(1): 122-131.

HU Junfeng, YANG Zhanhong. A novel inchworm linear micro actuator [J]. Optics and Precision Engineering, 2017, 26(1): 122-131.

- [5] ZAKERZADEH M R, FIROUZI M, SAYYAADI H, et al. Hysteresis nonlinearity identification using new Preisach model based artificial neural network approach [J]. Journal of Applied Mathematics, 2011, 2011(22): 1-21.
- [6] HABINEZA D, RAKOTONDRABE M, GORREC Y L. Bouc-wen modeling and feedforward control of multivariable hysteresis in piezoelectric systems: application to a 3DOF piezotube scanner [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(5): 1797-1806.
- [7] JIAQIANG E, QIAN C, ZHU H, et al. Parameter-identification investigations on the hysteretic preisach model improved by the fuzzy least square support vector machine based on adaptive variable chaos immune algorithm [J]. Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control, 2017, 36(3): 227-242.
- [8] LIN C J, LIN P T. Tracking control of a biaxial piezo-actuated positioning stage using generalized duhem model [J]. Computers & Mathematics with Applications, 2012, 64(5): 766-787.
- [9] 崔玉国, 朱耀祥, 马剑强, 等. 压电微动平台的定位控制 [J]. 振动与冲击, 2015, 34(17): 63-68.  
CUI Yuguo, ZHU Yaoxiang, MA Jianqiang, et al. Position control for a piezoelectric micro-positioning stage [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(17): 63-68.
- [10] 武毅男, 方勇纯. 基于 Preisach 模型的深度学习网络迟滞建模 [J]. 控制理论与应用, 2018, 35(6): 723-731.  
WU Yinan, FANG Yongchun. Hysteresis modeling with deep learning network based on preisach model [J]. Control Theory and Applications, 2018, 35(6): 723-731.

综合考虑来讲在抗冲击分析时需要考虑弹性基座,可以更为准确的设计和选用合适的限位隔振器,而在选用隔振器时在保证抗冲击性能的前提下尽量减小限位距离。本研究未考虑隔振系统的阻尼特性以及设备与限位器二次冲击时的非线性接触特性,在后续研究中将会加以展开。

#### 参考文献

- [ 1 ] ZHANG A M, LIU Y L. Improved three-dimensional bubble dynamics model based on boundary element method [ J ]. *Journal of Computational Physics*, 2015, 294: 208 – 223.
- [ 2 ] 付海龙. 周期振动载荷下金属橡胶隔振器的仿真研究 [ J ]. *噪声与振动控制*, 2018, 38(4): 217 – 220.  
FU Hailong. Simulation study on metal rubber isolators under periodic vibration loads [ J ]. *Noise and Vibration Control*, 2018, 38(4): 217 – 220.
- [ 3 ] 成若义, 丰少伟, 丁少春. 船用主汽轮机组隔振器技术状态评估 [ J ]. *中国修船*, 2018, 31(3): 18 – 22.  
CHENG Ruoyi, FENG Shaowei, DING Shaochun. Technical condition assessment of marine main turbine vibration isolator [ J ]. *China Shiprepair*, 2018, 31(3): 18 – 22.
- [ 4 ] 唱忠良, 刘松, 邹广平, 等. 金属丝网橡胶减振器冲击响应仿真研究 [ J ]. *哈尔滨工程大学学报*, 2018(9): 1 – 6.  
CHANG Zhongliang, LIU Song, ZOU Guangping, et al. Finite element simulation on shock response of metal-net rubber damper [ J ]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2018(9): 1 – 6.
- [ 5 ] ROSÓ M, SAPIŃSKI B. Autonomous control system for a squeeze mode mr vibration isolator in an automotive engine mount [ J ]. *Acta Mechanica et Automatica*, 2014, 8(3): 121 – 124.
- [ 6 ] LEE D O, PARK G, HAN J H. Experimental study on on-orbit and launch environment vibration isolation performance of a vibration isolator using bellows and viscous fluid [ J ]. *Aerospace Science and Technology*, 2015, 45: 1 – 9.

- [ 7 ] CHENG C, LI S M, WANG Y, et al. On the analysis of a high-static-low-dynamic stiffness vibration isolator with time-delayed cubic displacement feedback [ J ]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 378: 76 – 91.
- [ 8 ] YANG J, JIANG J Z, ZHU X, et al. Performance of a dual-stage inerter-based vibration isolator [ J ]. *Procedia Engineering*, 2017, 199: 1822 – 1827.
- [ 9 ] 赵建学, 俞翔, 柴凯. 双层隔振系统隔振性能分析 [ J ]. *中国舰船研究*, 2017, 12(6): 101 – 107.  
ZHAO Jianxue, YU Xiang, CHAI Kai. Vibration isolation performance analysis of double layer vibration isolation system [ J ]. *Chinese Journal of Ship Research*, 2017, 12(6): 101 – 107.
- [ 10 ] 孙玉华, 董大伟, 闫兵, 等. 双层隔振系统解耦优化研究 [ J ]. *振动、测试与诊断*, 2014, 34(2): 361 – 365.  
SUN Yuhua, DONG Dawei, YAN Bing, et al. Design and decoupling optimization of two-stage vibration isolation system [ J ]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2014, 34(2): 361 – 365.
- [ 11 ] 王超新, 孙靖雅, 张志谊, 等. 最优阻尼三参数隔振器设计和试验 [ J ]. *机械工程学报*, 2015, 51(15): 90 – 96.  
WANG Chaoxin, SUN Jingya, ZHANG Zhiyi, et al. Design and experiment of a three-parameter isolation system with optimal damping [ J ]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(15): 90 – 96.
- [ 12 ] 周振凯, 徐兵, 胡文军, 等. 橡胶隔振器大变形有限元分析 [ J ]. *振动与冲击*, 2013, 32(5): 171 – 175.  
ZHOU Zhenkai, XU Bing, HU Wenjun, et al. Large deformation finite element analysis of rubber isolator [ J ]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(5): 171 – 175.
- [ 13 ] 孙伟, 李以农, 刘万里, 等. 橡胶隔振器非线性动态特性建模及实验研究 [ J ]. *振动与冲击*, 2012, 31(23): 71 – 76.  
SUN Wei, LI Yinong, LIU Wanli, et al. Dynamic modeling and test for a nonlinear rubber damper [ J ]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(23): 71 – 76.

#### (上接第 110 页)

- [ 11 ] 贾立, 李训龙. Hammerstein 模型辨识的回顾及展望 [ J ]. *控制理论与应用*, 2014, 31(1): 1 – 10.  
JIA Li, LI Xunlong. Identification of Hammerstein model: review and prospect [ J ]. *Control Theory and Applications*, 2014, 31(1): 1 – 10.
- [ 12 ] WANG Z Y, ZHANG Z, MAO J Q, et al. A Hammerstein-based model for rate-dependent hysteresis in piezoelectric actuator [ C ] // 24th Chinese Control and Decision Conference (CCDC). [ S. l. ]: IEEE, 2012.
- [ 13 ] 杨斌堂, 赵寅, 彭志科, 等. 基于 Prandtl-Ishlinskii 模型的超磁致伸缩驱动器实时磁滞补偿控制 [ J ]. *光学精密工程*, 2013, 21(1): 124 – 130.  
YANG Bintang, ZHAO Yin, PENG Zhike, et al. Real-time compensation control of Hysteresis based on Prandtl-Ishlinskii

- operator for GMA [ J ]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(1): 124 – 130.
- [ 14 ] KUHNEN K. Modeling, identification and compensation of complex Hysteretic nonlinearities: a modified Prandtl-Ishlinskii approach [ J ]. *European Journal of Control*, 2003, 9(4): 407 – 418.
- [ 15 ] 杨一博, 尹文生, 汪劲松, 等. 粗精运动平台的系统辨识激励信号优化设计 [ J ]. *机械工程学报*, 2010, 46(9): 165 – 170.  
YANG Yibo, YIN Wensheng, WANG Jinsong, et al. Optimal excitation signal design for identification of a coarse-fine motion platform [ J ]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(9): 165 – 170.